transpozice : $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ $T(2,3)$

cyklus : $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ $C(1,2,3,4,5)$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

1) najdeme cykly :

$1 \to 3 \to 2 \to 1$ $C(1,3,2)$

$4 \to 5 \to 4$ $T(4,5)$

znaménko : $(-1)^{2+1} = -1$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

$C(1,3,2) = T(2,3) \circ T(1,3)$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

$$P = \underbrace{T(4,5)} \circ \underbrace{T(2,3) \circ T(1,3)}$$

$$P = \begin{pmatrix} \breve{1} & 2 & 3 & \breve{4} & 5 \\ 4 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

cyk:

$1 \to 4 \to 1$ $\qquad T(1,4)$

$2 \to 5 \to 3 \to 2$ $\qquad c(2,5,3)$

$T(2,5)$

$T(5,3)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$P = \underbrace{T(5,3) \circ T(2,5)} \circ T(1,4)$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$n=3$

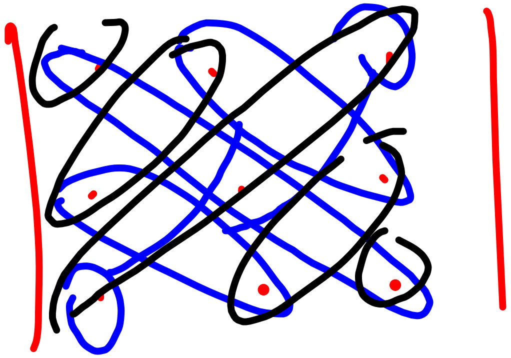
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad +$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad -$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad +$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad -$$

$$\vdots$$



$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \cancel{1\cdot 2\cdot 0} + \cancel{0\cdot(-1)\cdot 3} + 2\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 2\cdot 3 - (-1)\cdot 1\cdot 1 - \cancel{3\cdot 0\cdot 0}$$

$$= -3$$

$$\begin{array}{c} \cdot(-1) \\ \\ + \end{array} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & -3 \end{vmatrix} \begin{array}{c} \\ \cdot 3/2 \\ + \end{array} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3/2 \end{vmatrix}$$

$$= 1\cdot 2\left(-3/2\right) = -3$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \qquad (-1) \cdot |A|$$

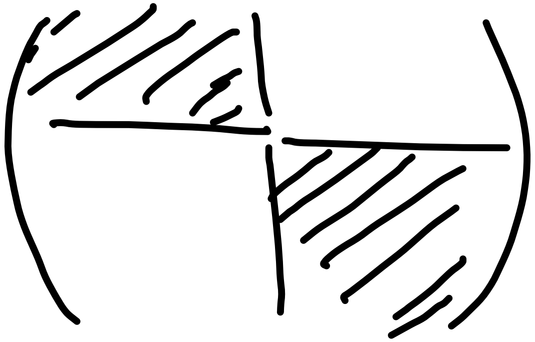
$$a \cdot |A|$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 21 \\ 13 & 28 \end{pmatrix}$$

$$|A| = 11 \cdot 28 - 21 \cdot 13 = 7(44 - 39) = 35$$

$$= (2 \cdot 4 - 3)(7 - 0) = 35$$

$$
\begin{pmatrix}
\boxed{a_{11}} & a_{12} & \boxed{a_{13}} & a_{14} \\
a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\
\boxed{a_{31}} & a_{32} & \boxed{a_{33}} & a_{34} \\
a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44}
\end{pmatrix}
$$



$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \cdot (-1)^{2+1} \quad - $$

rozvoj podle 2. řádku

$$+\,2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} (-1)^{2+2} \quad +$$

$$+\,1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} (-1)^{2+3} \quad -$$

$$= 0 + 2\cdot(-9) + 5 = -13$$

vyberu 2. řádek

$$\underset{(-1)}{\overset{\uparrow}{0}}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} (-1)^{3+4+2+4}$$

$$= -1 \cdot (-10) = \underline{\underline{10}}$$

rozvoj dle 3. a 4. řádky

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^{3+4+1+3} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -(-3) \cdot (-6)$$

$$= \underline{\underline{-18}}$$

$$\to \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \boxed{(+1) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}} \cdot 2 \qquad -4$$

$$A^*_{31}$$

$$+ \boxed{(-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}} \cdot 1 \qquad +8$$

$$+ \boxed{(+1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}} \cdot 3 \qquad -4$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & -4 \\ \cdot & \cdot & +8 \\ \cdot & \cdot & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & -12 \end{pmatrix}$$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

je invertibilní nad $\mathbb{Z}$

?

$$\det A = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \cdot 4 + 3 \cdot 3 = 13$$

$\Rightarrow$ <u>není</u> invertibilní nad $\mathbb{Z}$

nad $\mathbb{Z}_4$? $\quad |A| = 1 \mod 4$

$\Rightarrow$ <u>je</u> invertibilní nad $\mathbb{Z}_4$!