Neklasické logiky III

Fuzzy logika, logické spojky a Mamdaniho regulátor

Logické spojky

Vzťah medzi klasickou dvojhodnotovou logikou a teóriou (crisp) množín je veľmi blízky, jednotlivé množinové operácie môžu byť vyjadrené pomocou logických spojok (pozri obr. 11.1):

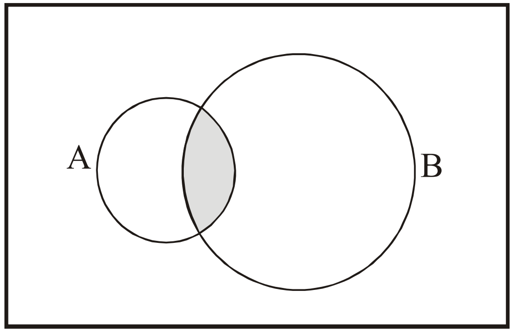
(1) konjunkcia - $A \cap B =_{def} \left\{x; \left(x \in A\right) \wedge \left(x \in B\right)\right\}$

(2) disjunkcia - $A \cup B =_{def} \left\{x; \left(x \in A\right) \vee \left(x \in B\right)\right\}$

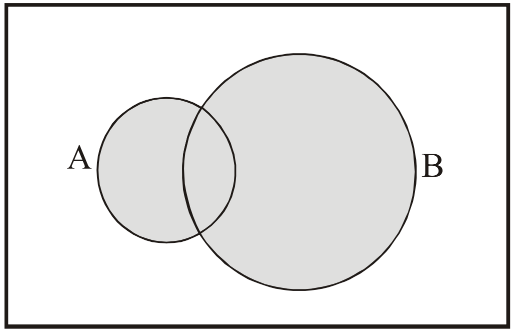
(3) negácia - $\overline{A} =_{def} \left\{x; \neg\left(x \in A\right)\right\}$

(4) implikácia - $A \supset B =_{def} \forall\left(x \in U\right)\left(x \in A \Rightarrow x \in B\right)$

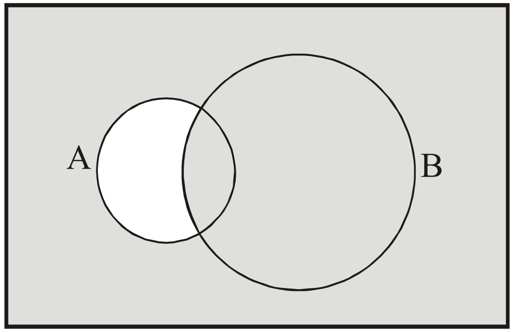
Priradenie medzi množinovými operáciami a výrokovými spojkami konjunkcie, disjunkcie, implikácie a negácie.



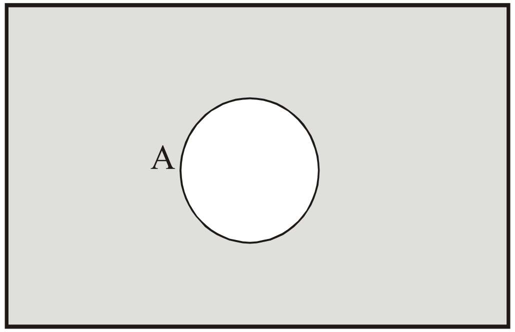
$(A \wedge B) =_{def} (A \cap B)$



$(A \vee B) =_{def} (A \cup B)$



$(A \Rightarrow B) =_{def} (A \supset B) =_{def} (\overline{A} \cup B)$



$\overline{A} =_{def} (\neg A)$

Predpoklad fuzzy logiky

Fuzzy logika je založená na predpoklade, že každému výroku p je priradená pravdivostná hodnta $val(p) \in [0,1]$ z uzavretého intervalu [0,1].

Fuzzy negácia.

Fuzzy negácia je unárna operácia $\neg : [0,1] \to [0,1]$, ktorá vyhovuje týmto podmienkam

$$\neg\neg p \equiv p$$
$$val(p) \leq val(q) \Rightarrow val(\neg p) \geq val(\neg q)$$

$$\boxed{val(\neg p) = 1 - val(p)}$$

Fuzzy konjunkcia

Fuzzy konjunkcia je binárna operácia $\wedge : [0,1]^2 \to [0,1]$, ktorá vyhovuje týmto podmienkam

(1) komutatívnosť $p \wedge q \equiv q \wedge p$
(2) asociatívnosť $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$
(3) okrajová podmienka - identita $p \wedge 1 \equiv p$
(4) $val(q) \leq val(r) \Rightarrow val(p \wedge q) \leq val(p \wedge r)$

$$\boxed{val(p \wedge q) = min\{val(p), val(q)\}}$$

Fuzzy disjunkcia

Fuzzy disjunkcia je binárna operácia $\wedge:[0,1]^2 \to [0,1]$, ktorá vyhovuje týmto podmienkam

(1) komutatívnosť $p \vee q \equiv q \vee p$
(2) asociatívnosť $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
(3) okrajová podmienka - identita $p \vee 0 \equiv p$
(4) $val(q) \leq val(r) \Rightarrow val(p \vee q) \leq val(p \vee r)$

$$\boxed{val(p \vee q) = max\{val(p), val(q)\}}$$

Operácie konjunkcie a disjunkcie sú duálne vzhľadom k operácii štandardnej negácie (De Morganove vzťahy).

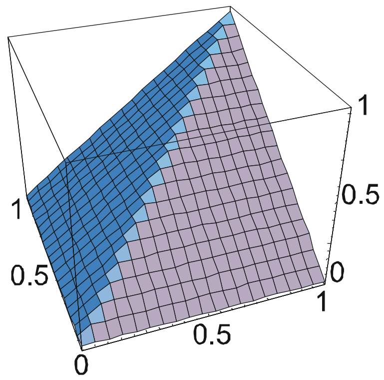
Fuzzy implikácia

Fuzzy implikácia je binárna operácia $\Rightarrow:[0,1]^2 \to [0,1]$, ktorá vyhovuje týmto okrajovým podmienkam

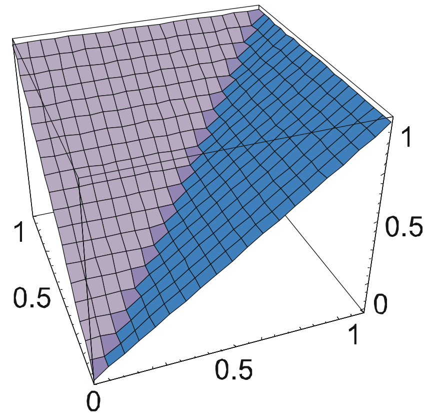
$$val\left(p \Rightarrow q\right) = \begin{cases} 1 & \left(\text{pre}\left(val\left(p\right)=0\right)\text{alebo}\left(val\left(q\right)=1\right)\right) \\ 0 & \left(\text{pre}\, val\left(p\right)=1 \text{ a } val\left(q\right)=0\right) \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} val\left(p \Rightarrow q\right) &= min\left\{1,1-val\left(p\right)+val\left(q\right)\right\} \\ &= \begin{cases} 1 & \left(val\left(p\right) \le val\left(q\right)\right) \\ 1-val\left(p\right)+val\left(q\right) & \left(\text{ináč}\right) \end{cases} \end{aligned}}$$

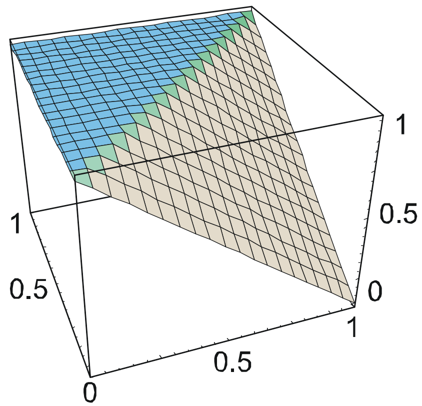
3D grafy logických spojok vo fuzzy logike



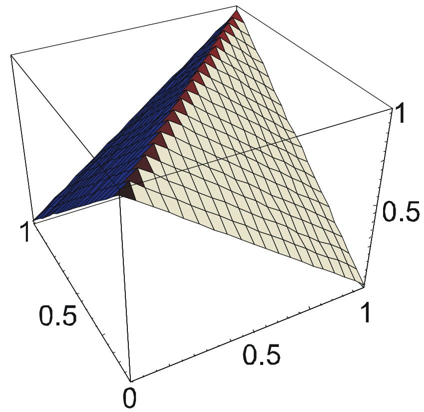
konjunkcia



disjunkcia



implikácia



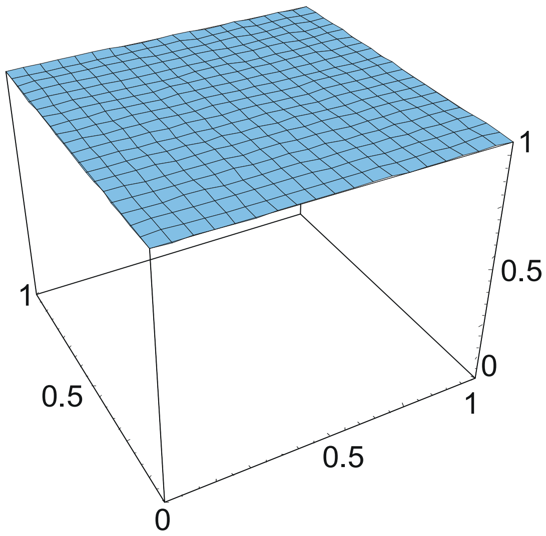
ekvivalencia

$$(p \equiv q) =_{def} (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

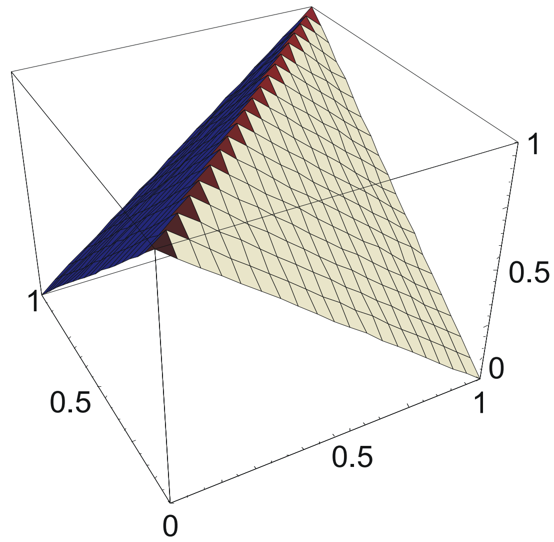
- Implikácia bola pôvodne Zadehom špecifikovaná pomocou negácie a disjunkcie, $(p \Rightarrow q) =_{def} (\neg p \vee q)$. Tento jednoduchý prístup je skoro nepoužiteľný, pretože produkuje ***fuzzy logiku veľmi chudobnú***, kde skoro neexistujú tautológie. Tento nedostatok je odstránený tým, že používane implikáciu zavedenú do logiky Łukasiewiczom v jeho 3-hodnotovej logike.

- Závažný problém fuzzy logiky je **systematické a úplné určenie pravdivostných hodnôt formúl** pre dve alebo viac výrokových premenných. Formula fuzzy logiky s n premmenými $p_1, p_2, ..., p_n$ sa môže chápať ako funkcia n premenných definovaná na hyperkocke $[0,1]^n$.

- Funkcia – formula sa nazýva **tautológia,** ak sa rovná 1 pre ľubovolnú hodnotu argumentov, $F(p_1, p_2, ..., p_n) = 1$, pre $\forall (p_1, p_2, ..., p_n) \in [0,1]^n$.



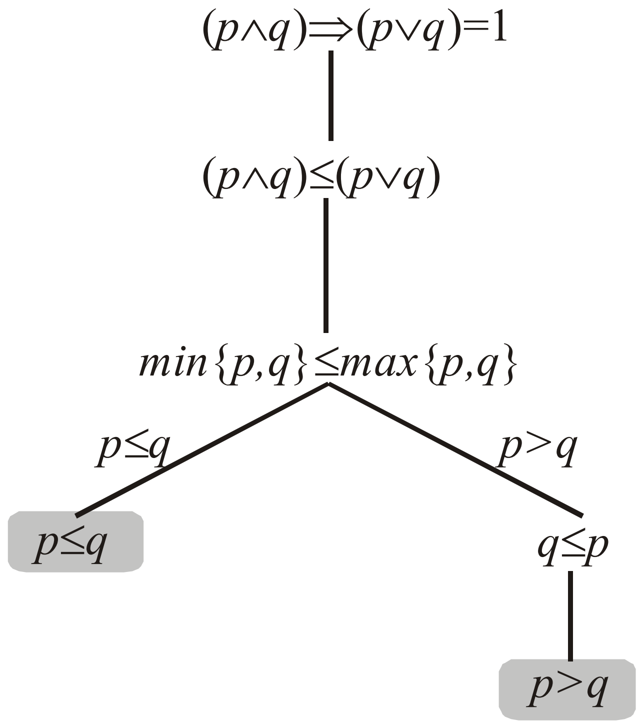
$F(p,q)=((p\wedge q)\Rightarrow(p\vee q))$



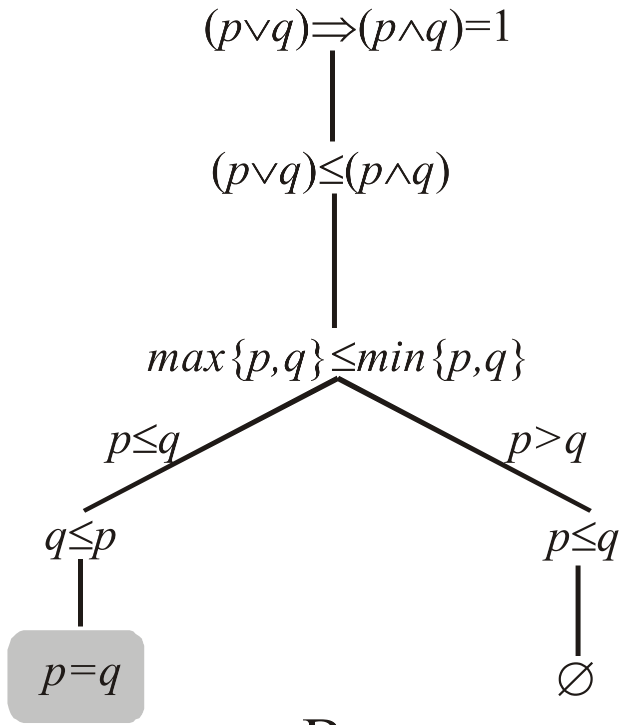
$G(p,q)=((p\vee q)\Rightarrow(p\wedge q))$

Povrchy výrokových funkcií $F(p,q)$ a $G(p,q)$ pre spojité argumenty $p,q\in[0,1]$. Z priebehov týchto funkcií vyplýva, že funkcia $F(p,q)$ je tautológia, zatiaľ čo, funkcia $G(p,q)$ nie je tautológia.

Sémantické tablá pre formuly fuzzy logiky



A



B

$$F(p,q)=(p\wedge q)\Rightarrow(p\vee q)$$

$$G(p,q)=(p\vee q)\Rightarrow(p\wedge q)$$

$$F(p,q)=1\ \forall p,q\in[0,1]$$

$$G(p,q)=1\,(len\ pre\ p=q)$$

Príklad

$$(p\wedge(p\Rightarrow q)\Rightarrow q)=1$$

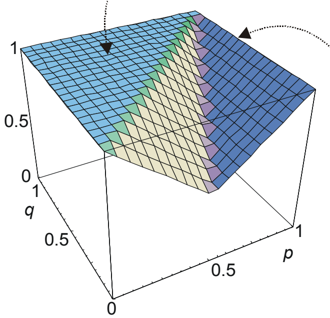
$$p\wedge(p\Rightarrow q)\leq q$$

$$min\{p,p\Rightarrow q\}\leq q$$

$p\leq q$: $min\{p,1\}\leq q$ → $\boxed{p\leq q}$

$p>q$: $min\{p,1-p+q\}\leq q$

- $1-p+q\leq q$ → $1\leq p$ → $\boxed{p=1}$
- $p\leq q$ → $\varnothing$



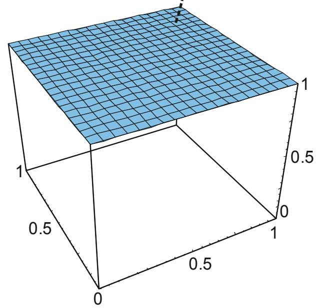
$$(p\Rightarrow(p\Rightarrow q)\Rightarrow q))=1$$

$$p\leq(p\Rightarrow q)\Rightarrow q$$

$(p\Rightarrow q)\leq q$: $\boxed{p\leq 1}$

$(p\Rightarrow q)>q$: $p\leq 1-(p\Rightarrow q)+q$

- $p\leq q$: $p+q\leq 0$ → $p=0$, $q=0$
- $p>q$: $q=0$



Usudzovanie vo fuzzy logike

V klasickej logike je jedným zo základných modov usudzovania pravidlo *modus ponens*

$$\frac{\begin{array}{l} p \\ p \Rightarrow q \end{array}}{q}$$

Táto schéma môže byť verbálne formulovaná takto

ak p je pravdivý výrok a
ak $p \Rightarrow q$ je pravdivá implikácia,
potom q je pravdivý výrok

Modus ponens môže byť alternatívne vyjadrený pomocou výrokovej formuly - tautológie

$$p \Rightarrow \left(\left(p \Rightarrow q \right) \Rightarrow q \right)$$

Pri fuzzy odvodzovaní dôležitým pojmom je *jazyková premenná*, ktorý bol zavedený Zadehom [xx]. Jazyková premenná je taký typ premennej, ktorej hodnoty sú slová z prirodzeného jazyka. Ako ilustračný príklad jazykovej premennej uvedieme *vek*, ktorej hodnoty sú špecifikované slovnými hodnotami *mladý*, *stredný* a *starý*.

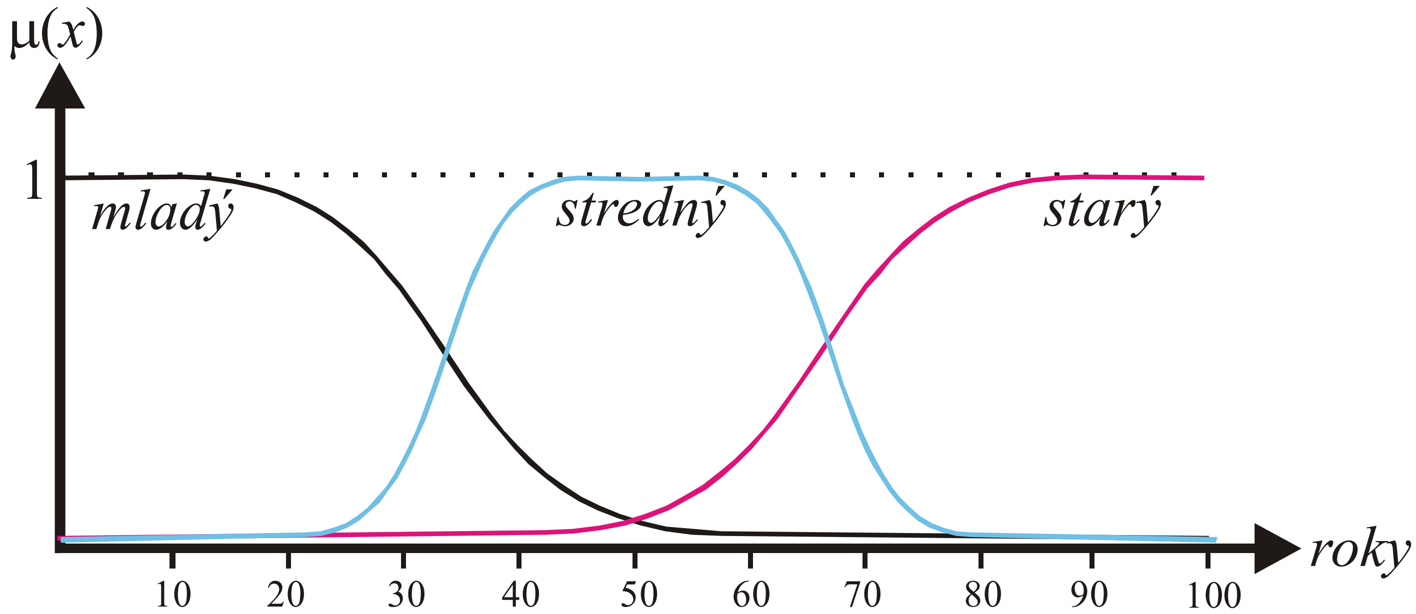
Definícia.
Jazyková (*lingvistická*) *premenná* je určená usporiadanou štvoricou

$$\left(X, T\left(X\right), U, M\right)$$

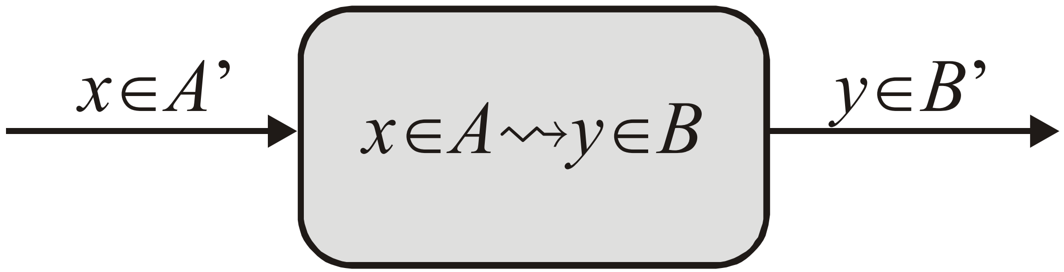
kde X je meno jazykovej premennej, $T\left(X\right) = \left\{A, B, ...\right\}$ je množina slovných hodnôt jazykovej premennej, U je univerzum jazykovej premennej, pričom každá slovná premenná $A \in T\left(X\right)$ je špecifikovaná fuzzy množinou $A = \left\{\left(x, \mu_A\left(x\right)\right); x \in U\right\}$, súbor týchto fuzzy množín tvorí množinu *M*.

Príklad

Študujme jazykovú premennú X=*vek*, definovanú nad univerzom rokov reprezentovaným množinou – uzavretým intervalom U =[0,100]. Množina slovných hodnôt obsahuje tri slovné hodnoty, $T(vek) = \{mladý, stredný, starý\}$. Každá slovná hodnota je špecifikovaná fuzzy množinou s charakteristickou funkciou, tieto fuzzy množiny tvoria množinu M



Znázornenie ***zovšeobecneného modus ponens***, ktorý na základe analógie s reláciou $x \in A \rightsquigarrow x \in B$ vytvára zo vstupnej slovnej premennej A' výstupnú slovnú premennú B', pričom sa predpokladá, že slovné premenné A a A' resp. B a B' sú si podobné.



- Uvažujme dve slovné premenné $A \in T(X)$ a $B \in T(Y)$ reprezentované príslušnými fuzzy množinami $A = \left\{\left(x, \mu_A(x)\right); x \in U\right\}$ a $B = \left\{\left(y, \mu_B(Y)\right); x \in U\right\}$.

- Stupeň pravdivosti fuzzy výroku „*x je A*“, formálne vyjadrený vzťahom „$x \in A$“, je popísaný charakteristickou funkciou $\mu_A(x)$; podobne stupeň pravdivosti výroku „$y \in B$“ („*y je B*“) je charakterizovaný charakteristickou funkciou $\mu_B(x)$.

- Tieto dva fuzzy výroky „$x \in A$“ a „$y \in B$“ sú vo vzájomnej (môžeme povedať príčinnej alebo asociačnej) relácii $x \in A \rightsquigarrow x \in B$, podľa ktorej vlastnosť „$x \in A$“ je doprevádzaná výskytom vlastnosti „$y \in B$“ .

Zovšeobecnený modus ponens v relačnom tvare je

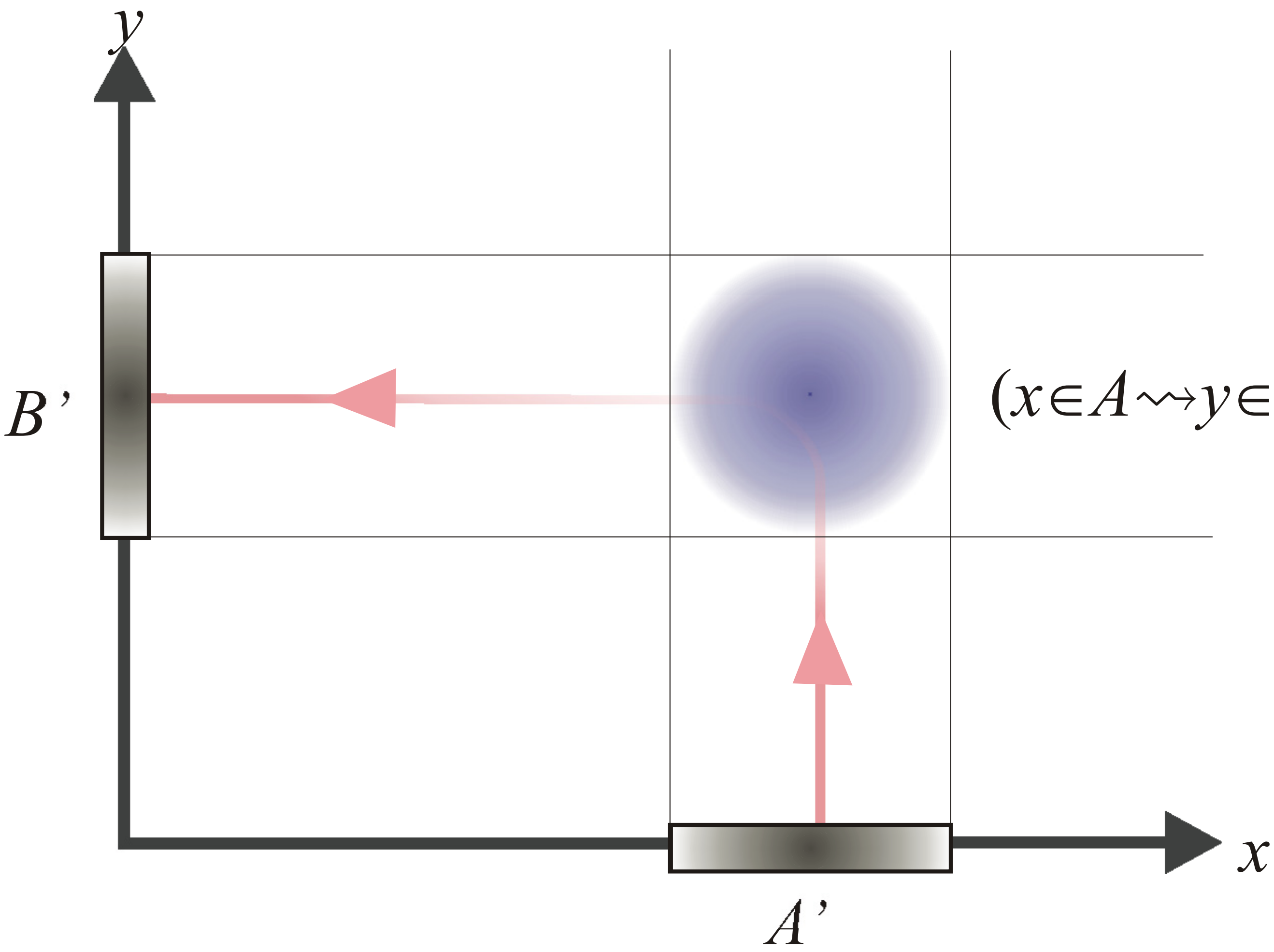
$$\frac{\begin{array}{l} x \in A' \\ x \in A \rightsquigarrow x \in B \end{array}}{x \in B'}$$

kde $A' \in T(X)$ a $B' \in T(Y)$ sú nové slovné premenné, Budeme predpokladať, že nová slovná premenná A' (fuzzy množina) je podobná pôvodnej slovnej premennej A, čo môžeme vyjadriť pomocou charakteristických funkcií napr. takto $\max_x \left| \mu_A(x) - \mu_{A'}(x) \right| < \delta$, kde δ je dané malé kladné číslo.

Tento predpoklad je veľmi dôležitý k odôvodneniu používania zovšeobecneného modus ponens ako nástroja pre odvodenie výstupnej novej slovnej premennej B' zo vstupnej slovnej premennej A' pomocou relácii $x \in A \rightsquigarrow x \in B$ (analógie).

Okrajová podmienka: $A = A' \Rightarrow B = B'$

Znázornenie zobrazenia fuzzy slovnej premennej *A′* na slovnú premennú *B′* pomocou fuzzy relácie *R*(*x*,*y*).



$$(x\in A \rightsquigarrow y\in B) =_{def} R \subseteq X\times Y$$

Rezultujúca charakteristická funkcia $\mu_{B'}(y)$je určená ako kompozícia charakteristickej funkcie $\mu_{A'}(x)$ a charakteristickej funkcie $\mu_R(x,y)$ fuzzy relácie *R*, ktorá reprezentuje vzťah $x \in A \rightsquigarrow x \in B$ (kde symbol $\rightsquigarrow$ znázorňuje fuzzy reláciu *R*)

$$\mu_{B'}(y) = \max_{x \in A} min\left\{\mu_{A'}(x), \mu_R(x,y)\right\}$$

alebo v zjednodušenom tvare $B' = A' \circ R$. Požadujeme, aby táto kompozícia vyhovovala „*okrajovej podmienke*“, ktorá požaduje, že ak *A´=A* , potom *B´=B, t.j.*

$$\mu_B(y) = \max_{x \in A} min\left\{\mu_A(x), \mu_R(x,y)\right\}$$

Realizácia relácie *R*

(1) *Łukasiewiczova implikácia*

$$R = I_L\left(\mu_A\left(x\right), \mu_B\left(y\right)\right) = min\left\{1, 1 - \mu_A\left(x\right) + \mu_B\left(y\right)\right\}$$

Nevyhovuje podmienke $A = A' \Rightarrow B = B'$

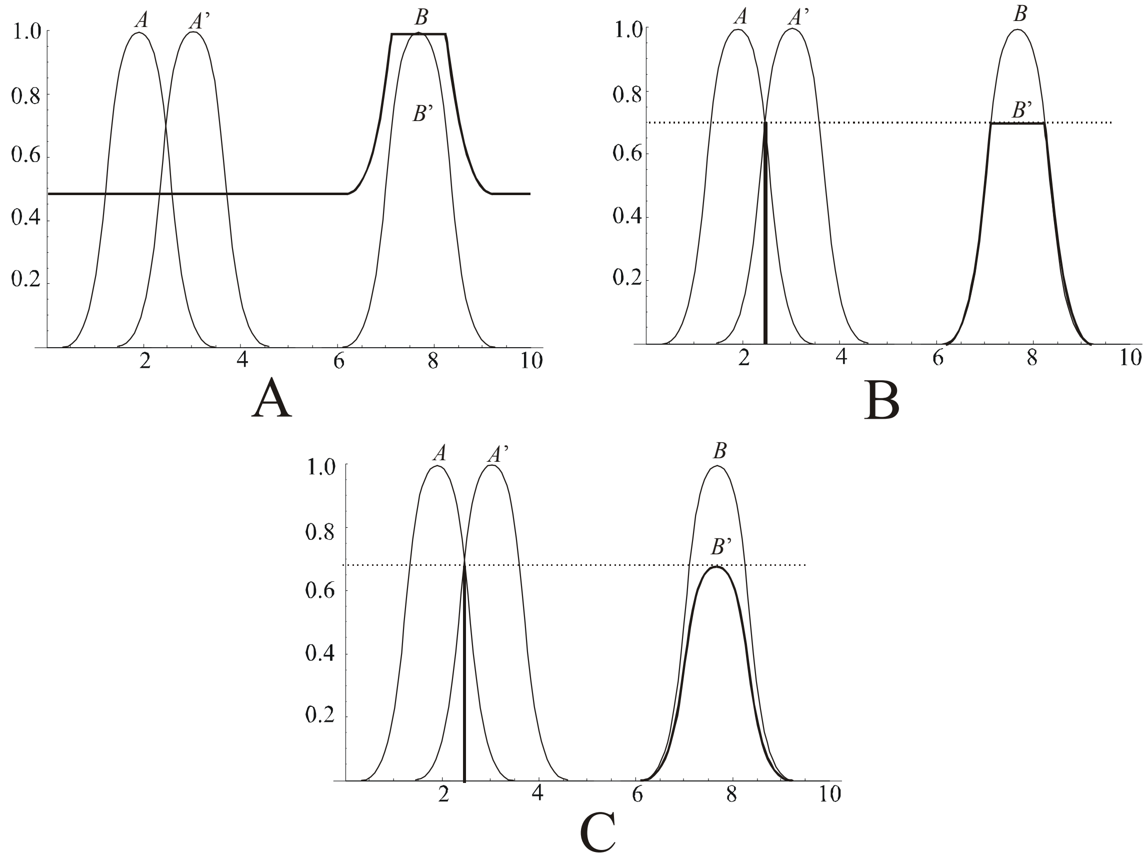
(2) *Štandardná konjunkcia* (Mamdani, operácia *min*)

$$R = \mu_A\left(x\right) \wedge \mu_B\left(y\right) = min\left\{\mu_A\left(x\right), \mu_B\left(y\right)\right\}$$

(3) *Súčinová konjunkcia* (Larsen, operácia *súčin*)

$$R = \mu_A\left(x\right) \dot{\wedge} \mu_B\left(y\right) = \mu_A\left(x\right) \cdot \mu_B\left(y\right)$$

Kompozície $B' = A' \circ R$ pre tri rôzne špecifikácie relácie *R*



(A) Lukasiewics, (B) Mamdani a (C) Larsen

Konštrukcia relácie *R* pomocou Mamdaniho štandardnej konjunkcie

Dokážeme, že pre tento typ relácie je okrajová podmienka kompozície splnená.

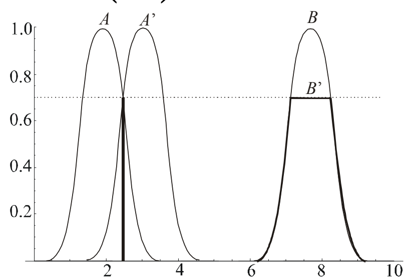
$$\mu_{B'}(y) = \max_{x\in X} \min\left\{\mu_{A'}(x), \min\left\{\mu_A(x), \mu_B(y)\right\}\right\}$$

Táto formula môže byť jednoducho upravená použitím asociatívnosti operácie *min*

$$\mu_{B'}(y) = \min\left\{\underbrace{\max_{x\in X} \min\left\{\mu_{A'}(x), \mu_A(x)\right\}}_{w}, \mu_B(y)\right\}$$

$$= \min\left\{w, \mu_B(y)\right\}$$

kde w sa nazýva *váha pravidla* alebo *stupeň zapálenia pravidla*. Potom rezultujúca charakteristická funkcia $\mu_{B'}(y)$ vyhovuje podmienke $\mu_{B'}(y) \le \mu_B(y)$, pre A=A' dokonca platí $\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$.



Dôkaz asociatívnosti operácie *min*

$$\max_{x\in X} min\left\{\mu_{A'}(x), min\left\{\mu_A(x),\mu_B(y)\right\}\right\} = min\left\{\underbrace{\max_{x\in X} min\left\{\mu_{A'}(x),\mu_A(x)\right\}}_{w},\mu_B(y)\right\}$$

$$min\left\{\mu_{A'}(x), min\left\{\mu_A(x),\mu_B(y)\right\}\right\} = min\left\{min\left\{\mu_{A'}(x),\mu_A(x)\right\},\mu_B(y)\right\}$$

$$min\left\{a', min\left\{a,b\right\}\right\} = min\left\{min\left\{a',a\right\},b\right\} \Leftrightarrow \textit{asociativnosť operácie min}$$

$$min\left\{a,b\right\} = \left[a,b\right], \text{ potom } \left[a,\left[b,c\right]\right] = \left[\left[a,b\right],c\right]$$

(1) $a' < a < b$

$$\underbrace{min\left\{a', \underbrace{min\{a,b\}}_{a}\right\}}_{a'} = \underbrace{min\left\{\underbrace{min\{a',a\}}_{a'}, b\right\}}_{a'}$$

....

(6) $b < a < a'$

$$\underbrace{min\left\{a', \underbrace{min\{a,b\}}_{b}\right\}}_{b} = \underbrace{min\left\{\underbrace{min\{a',a\}}_{a}, b\right\}}_{b}$$

Ebrahim Mamdani, University of London

Jazykové fuzzy regulátory sú znalostné systémy, ktoré sú založené na skúsenostiach operátora – „experta“ a sú formulované prostredníctvom prirodzeného jazyka pomocou pravidiel. V mnohých situáciách operátor je schopný na základe svojich skúseností naformulovať fuzzy pravidlá typu

ak <*predpoklad*>, potom <*dôsledok*>

ktoré používajú jazykové výrazy prirodzeného jazyka, pomocou ktorých špecifikujú vágnymi pojmami typické situácie vyskytujúce sa pri riadení daného zariadenia a ktoré vedú ku špecifickým aktom jeho riadenia.

Mamdaniho fuzzy regulátor patrí vo fuzzy logike medzi najjednoduchšie typy regulátorov, ktoré sú založené na zovšeobecnenom pravidle modus ponens. Uvažujme n pravidiel

$$P_1: \quad x \in A_1 \rightsquigarrow y \in B_1$$

$$P_2: \quad x \in A_2 \rightsquigarrow y \in B_2$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$P_n: \quad x \in A_n \rightsquigarrow y \in B_n$$

Každé pravidlo môže byť alternatívne reprezentované príslušnou reláciou určenou podľa Mamdaniho vzťahu

$$P_1: \quad R_1 = \mu_{R_1}\left(x, y\right) = min\left\{\mu_{A_1}\left(x\right), \mu_{B_1}\left(y\right)\right\}$$

$$P_2: \quad R_2 = \mu_{R_2}\left(x, y\right) = min\left\{\mu_{A_2}\left(x\right), \mu_{B_2}\left(y\right)\right\}$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$P_n: \quad R_n = \mu_{R_n}\left(x, y\right) = min\left\{\mu_{A_n}\left(x\right), \mu_{B_n}\left(y\right)\right\}$$

Potom celková relácia R vytvorená z parciálnych relácií R_i je formálne určená pomocou ich zjednotenia $R = R_1 \cup R_2 \cup \ldots \cup R_n$, ktorej výsledná charakteristická funkcia je určená vzťahom

$$\mu_R(x,y) = \mu_{R_1 \cup \ldots \cup R_n}(x,y) = \max_k \mu_{R_k}(x,y) = \max_k \min\left\{\mu_{A_k}(x), \mu_{B_k}(y)\right\}$$

Výstupná výroková premenná $B'_{(k)}$ je určená ako odozva na vstupnú výrokovú premennú A' v k-tom pravidle

$$\mu_{B'_{(k)}}(y) = \max_x \min\left\{\mu_{A'}(x), \mu_{R_k}(x,y)\right\} = \max_x \min\left\{\mu_{A'}(x), \min\left\{\mu_{A_k}(x), \mu_{B_k}(y)\right\}\right\}$$

$$= \min\left\{\underbrace{\max_x \min\left\{\mu_{A'}(x), \mu_{A_k}(x)\right\}}_{w_k}, \mu_{B_k}(y)\right\} = \min\left\{w_k, \mu_{B_k}(y)\right\}$$

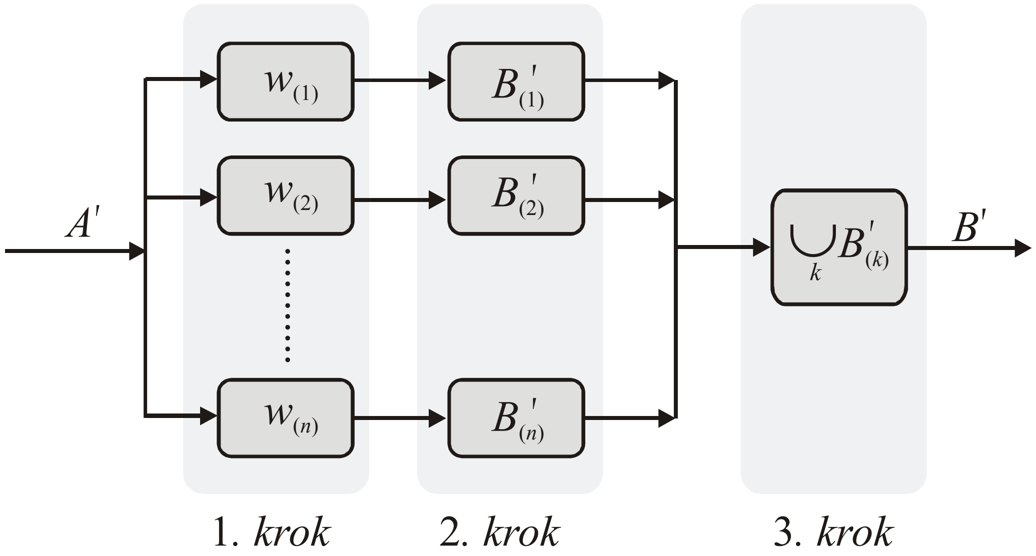
alebo formálne $B'_{(k)} = A' \circ R_k$.

Zjednotením (agregáciou) týchto parciálnych výstupných slovných premenných dostaneme výslednú výstupnú premennú

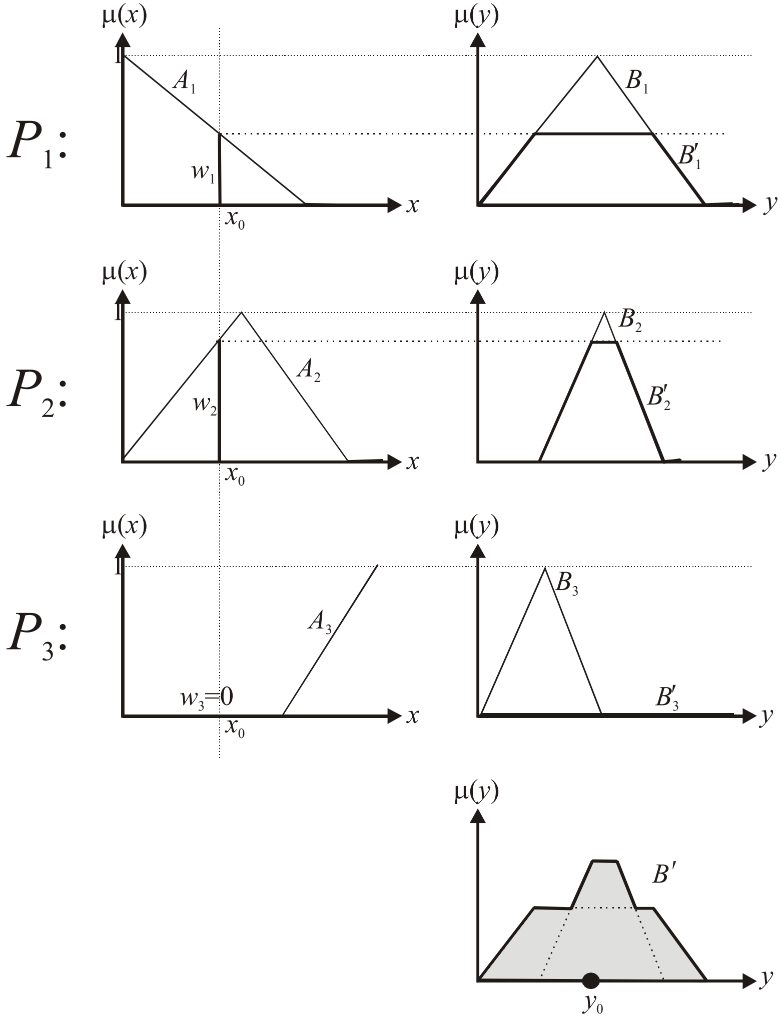
$$B' = \bigcup_{k=1}^{n} B'_{(k)} = \bigcup_{k=1}^{n} A' \circ R_k = A' \circ \bigcup_{k=1}^{n} R_k$$

Pomocou charakteristických funkcií tento vzťah prepíšeme do tvaru

$$\mu_{B'}(y) = \max_k \left\{ \mu_{B'_k}(y) \right\} = \max_k \left\{ \min \left\{ w_k, \mu_{B_k}(y) \right\} \right\}$$



Aplikácia Mamdaniho regulátora obsahujúceho 3 pravidlá P_1, P_2 a P_3., vstup je charakterizovaný „crisp“ hodnotou x_0.



Alternatívna interpretácia Mamdaniho regulátora

- Mamdaniho regulátor je možné alternatívne interpretovať ako aproximátor fuzzy funkcie, ktorá je zadaná tréningovou množinou $\mathcal{A} = \left\{ \left(A_k, B_k \right); \quad k = 1, 2, ..., n \right\}$ (analógia tabuľke z regresnej analýzy funkcií).

- Mamdaniho regulátor je možné chápať ako metódu konštrukcie „fuzzy funkcie“, ktorá „*indukuje*“ funkcionálnu závislosť $B' = f\left(A' \right)$, ohraničenú podmienkami $B_k = f\left(A_k \right)$, pre k=1,2,...,n.

Špeciálny prípad Mamdaniho regulátora

Pravidlá zadané expertom sú špecifikované pomocou fuzzy množín, avšak vstupná fuzzy veličina A' do Mandaniho regulátora je „crisp“ veličina x_0

$$\mu_{A'}(x) = \delta(x, x_0) = \begin{cases} 1 & (x = x_0) \\ 0 & (x \neq x_0) \end{cases}$$

Potom váhy w_k jednotlivých pravidiel sú v tomto prípade určené takto

$$w_k = \max_{x \in X} \min\left\{\mu_{A'}(x), \mu_{A_k}(x)\right\} = \mu_{A_k}(x_0)$$

Výstup z Mamdaniho regulátora je

$$\mu_{B'}\left(y\right)=\max_{k}\left\{min\left\{w_k,\mu_{B_k}\left(y\right)\right\}\right\}=\max_{k}\left\{min\left\{\mu_{A_k}\left(x_0\right),\mu_{B_k}\left(y\right)\right\}\right\}$$

Toto je charakteristická funkcia fuzzy výstupnej slovnej veličiny *B´*, ktorá je odozvou Mamdaniho regulátora na vstupnú fuzzy veličinu *A´*.

Môžeme určiť aj „crisp“ výstupnú veličinu pomocou stredu oblasti ohraničenej charakteristickou funkciou $\mu_{B'}(x)$

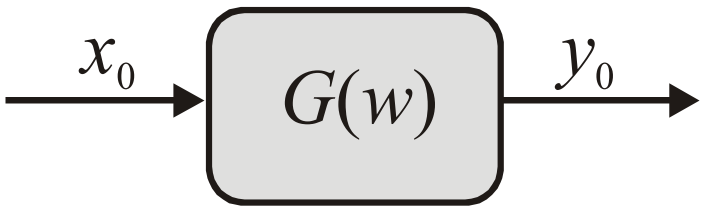
$$y_0=\frac{\int_Y y\mu_{B'}\left(y\right)dy}{\int_Y \mu_{B'}\left(y\right)dy}$$

Mamdaniho regulátor môžeme formálne chápať ako zobrazenie

$$G(w): R \to R$$

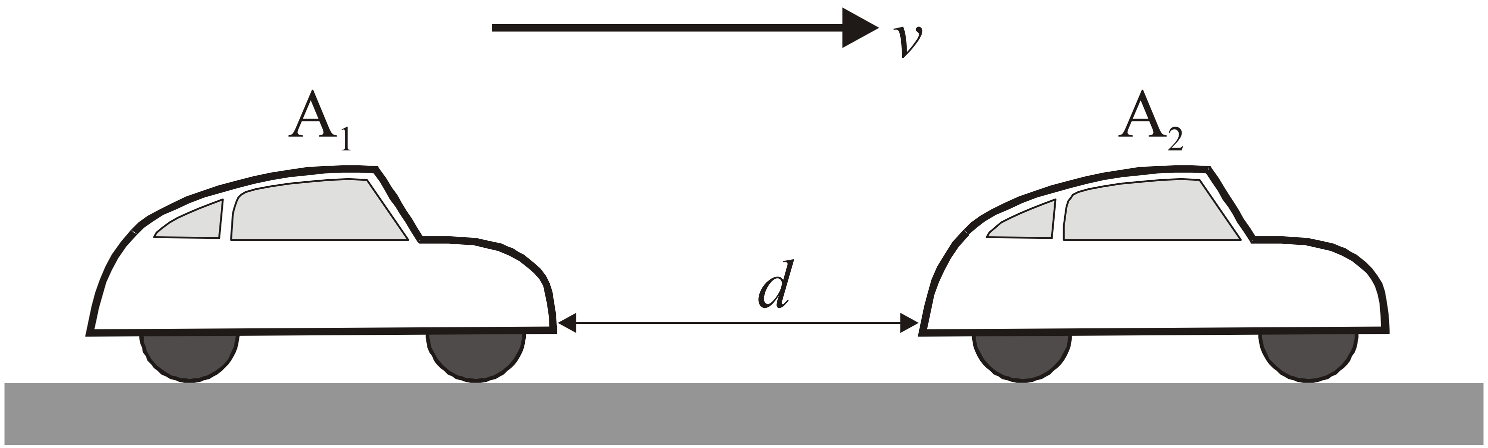
ktoré vstupnej „crisp“ veličine $x_0 \in R$ priradí výstupnú „crisp“ veličinu $y_0 \in R$. Z konštrukcie tohto zobrazenia G priamo vyplýva, že „okrajové podmienky“, typu *ak* $A' = A_k$, *potom* $B' = B_k$, sú splnené.

Grafická interpretácia Mamdaniho regulátora ako zobrazenia



Veta.
Mamdaniho regulátor je *univerzálny aproximátor*, ľubovolná funkcia zadaná nekonfliktnou regresnou tabuľkou je aproximovaná s požadovanou presnosťou.

Ilustračný príklad Mamdaniho regulátora



Auto A_1 pohybuje sa v kolóne iných aut, pričom rýchlosť kolóny je v a vzdialenosť od predchádzajúceho auta je d, rýchlosť auta A_2 je premenlivá v určitom rozsahu.

Cieľ: Riadiť auto A_1 tak, aby sme nenarazili do auta A_2.

Ako budeme reagovať, ak auto A_2 začne brzdiť. Budeme brzdiť aj my, algoritmicky situáciu popíšeme takto

$$\text{ak}\left(A_2\ \text{brzdí}\right),\ \text{potom}\left(A_1\ \text{brzdí}\right)$$

Ovládame dynamický systém, ktorý je tvorený autami A_1 a A_2. Naše riadenie tohto zložitého systému bude založené na dvoch vstupných veličinách: rýchlosti (v) a vzdialenosti (d), výstupom bude sila (F), ktorá keď je kladná reprezentujú akceleráciu (zmačknutie plynu), ak je záporná reprezentuje dekaceleráciu (zmakčnutie brzdy).

Rýchlosť *v* je popísaná jazykovou premennou, ktorej slovné premenné sú

VN-skoro nulová,
VM-malá,
VS-stredná
VV-veľká}

Univerzum je interval [0,120], ktorý špecifikuje rýchlosť v km/hod

Vzdialenosť *d* je popísaná jazykovou premennou obsahujúcej štyri jazykové hodnoty

DN-skoro nulová
DM-malá
DS-stredná
DV-veľká

Univerzum je [0,100], ktorý špecifikuje vzdialenosť metroch

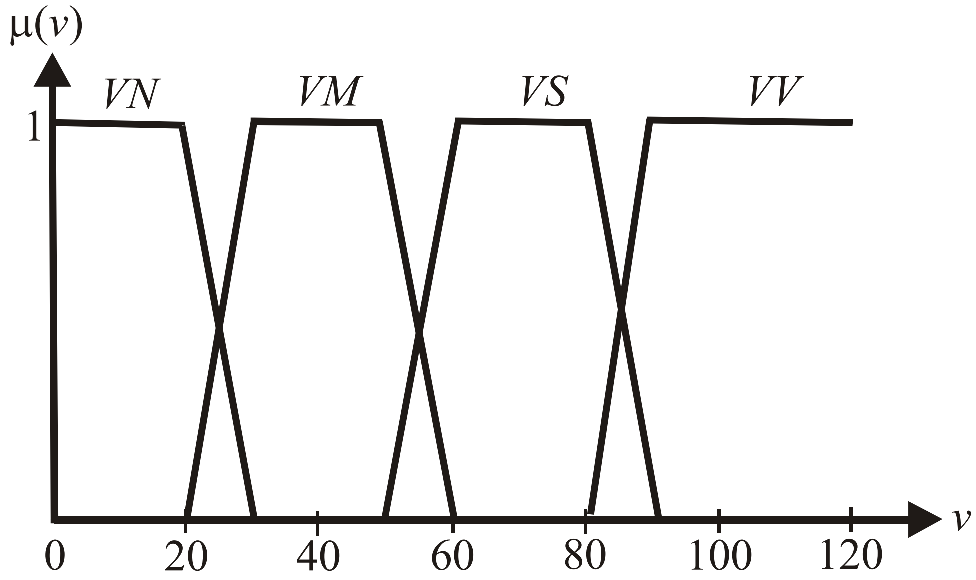
Sila *F* je popísaná jazykovou premennou so siedmimi jazykovými hodnotami

NB-záporne veľká
NM- záporne stredná
N*S*- záporne malá
ZO-nulová
PS-kladne malá
PM- kladne stredná
PB- kladne veľká

Univerzum je [-2000,2000], ktorý špecifikuje silu v *Newtonoch*.

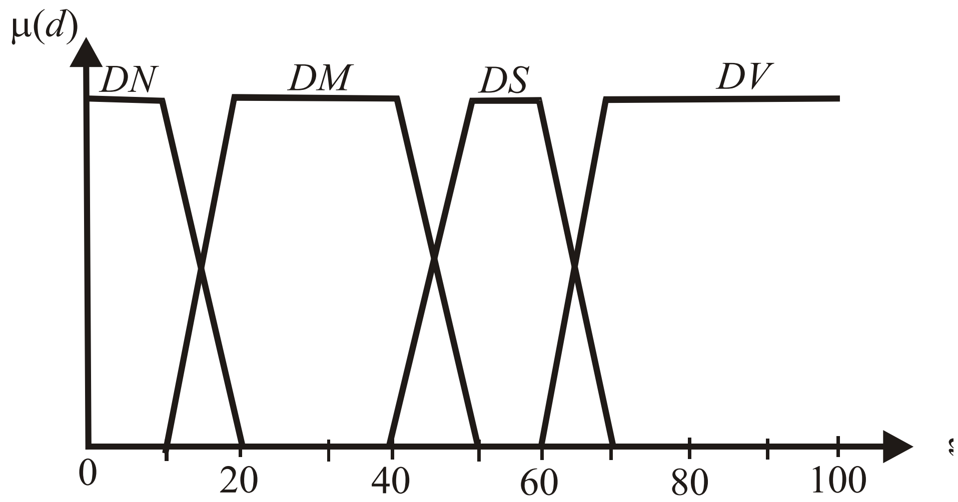
Jazyková premenná ***rýchlosť*** *v*, jednotlivé jazykové hodnoty sú popísané 4-bodovými trapeizodami

$$\mu_{VN}\left(v\right)=trap\left(,0,20,30\right)$$
$$\mu_{VM}\left(v\right)=trap\left(20,30,50,60\right)$$
$$\mu_{VS}\left(v\right)=trap\left(50,60,80,90\right)$$
$$\mu_{VV}\left(v\right)=trap\left(80,90,120,\right)$$



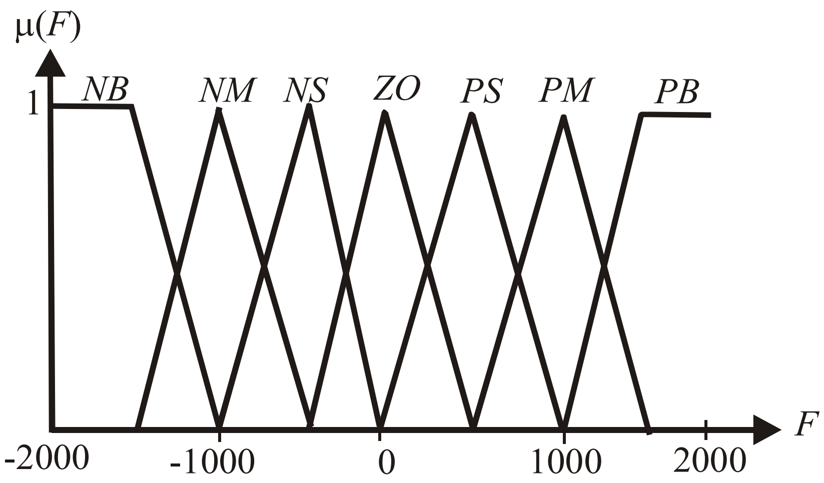
Jazyková premenná ***vzdialenosť** d*, jednotlivé jazykové hodnoty sú popísané 4-bodovými trapeizodami

$$\mu_{DN}\left(d\right)=trap\left(,0,10,20\right)$$
$$\mu_{DM}\left(d\right)=trap\left(10,20,40,50\right)$$
$$\mu_{DS}\left(d\right)=trap\left(40,50,60,70\right)$$
$$\mu_{DV}\left(d\right)=trap\left(60,70,100,\right)$$



Jazyková premenná ***sila*** *F*, jednotlivé jazykové hodnoty sú popísané 4-bodovými trapeizodami

$$\mu_{NB}\left(F\right)=trap\left(,-2000,-1500,-1000\right)$$
$$\mu_{NM}\left(F\right)=trap\left(-1500,-1000,-1000,-500\right)$$
$$\mu_{NS}\left(F\right)=trap\left(-1000,500,500,0\right)$$
$$\mu_{ZO}\left(F\right)=trap\left(-500,0,0,500,\right)$$
$$\mu_{PS}\left(F\right)=trap\left(0,500,500,1000\right)$$
$$\mu_{PB}\left(F\right)=trap\left(1000,1500,2000,\right)$$



Súbor pravidiel obsahuje 16 položiek

P_1 : ak ($v \in VN$) a ($d \in DN$), potom (($F \in ZO$)

P_2 : ak ($v \in VM$) a ($d \in DN$), potom (($F \in NS$)

P_3 : ak ($v \in VS$) a ($d \in DN$), potom (($F \in NM$)

P_4 : ak ($v \in VV$) a ($d \in DN$), potom (($F \in NB$)

P_5 : ak ($v \in VN$) a ($d \in DM$), potom (($F \in NB$)

P_6 : ak ($v \in VM$) a ($d \in DM$), potom (($F \in ZO$)

P_7 : ak ($v \in VS$) a ($d \in DM$), potom (($F \in NS$)

P_8 : ak ($v \in VV$) a ($d \in DM$), potom (($F \in NM$)

P_9 : ak ($v \in VN$) a ($d \in DN$), potom (($F \in PM$)

P_{10} : ak ($v \in VM$) a ($d \in DN$), potom (($F \in PS$)

P_{11} : ak ($v \in VS$) a ($d \in DN$), potom (($F \in ZO$)

P_{12} : ak ($v \in VV$) a ($d \in DN$), potom (($F \in NS$)

P_{13} : ak ($v \in VN$) a ($d \in DV$), potom (($F \in PB$)

P_{14} : ak ($v \in VM$) a ($d \in DV$), potom (($F \in PM$)

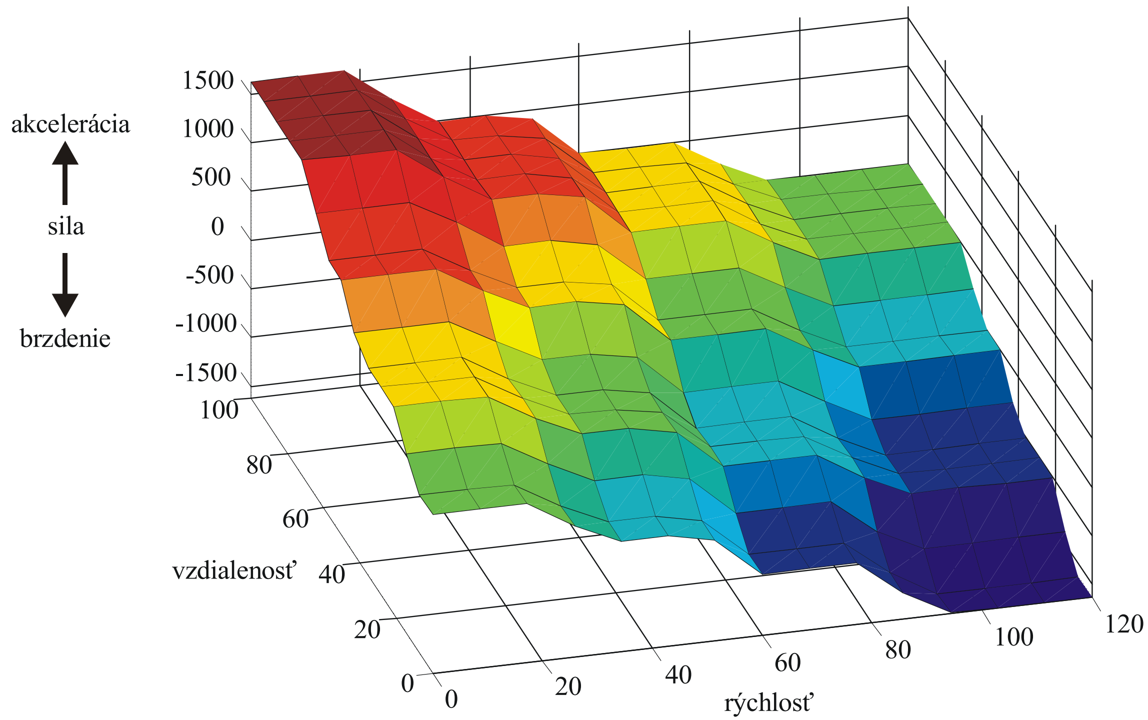
P_{15} : ak ($v \in VS$) a ($d \in DV$), potom (($F \in PS$)

P_{16} : ak ($v \in VV$) a ($d \in DV$), potom (($F \in ZO$)

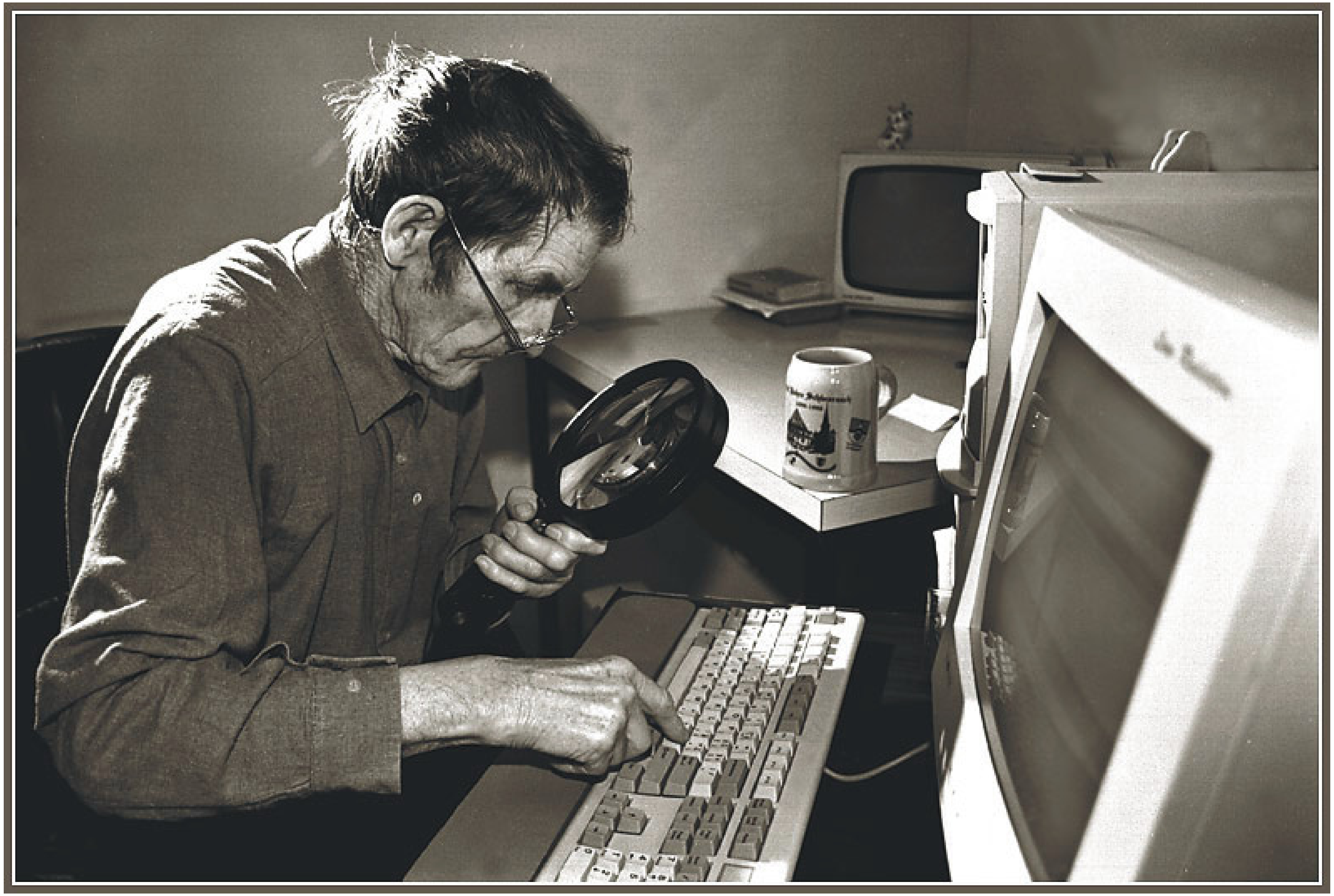
Množina pravidiel

	VN	*VM*	*VS*	*VV*
DN	1 *ZO*	2 *NS*	3 *NM*	4 *NB*
DM	5 *PS*	6 *ZO*	7 *NS*	8 *NM*
DS	9 *PM*	10 *PS*	11 *ZO*	12 *NS*
DV	13 *PB*	14 *PM*	15 *PS*	16 *ZO*

Graf znázorňujúci výsledky regulátora pomocou povrchu funkcie sily



Príklad: rýchlosť v=40 a vzdialenosť d=50, z obrázku ľahko odvodíme, že je zapálené pravidlo P_{10}, t.j. potom akcelerácia je určená slovnou hodnotou *PS*, čiže je kladne malá.



MEMENTO