Příklad 1. Přepište výrokovou formuli $X \to Y$ na výrokovou formuli systému $\mathcal{L}(|)$. (Poznamenejme, že na přednášce se symbol $|$ označuje $NAND$, tj. $A \mid B \equiv \neg(A \wedge B)$.)

Napišme si tabulku pro výrokové formule:

X	Y	$X \to Y$	$X \mid Y$
1	1	1	0
1	0	0	1
0	1	1	1
0	0	1	1

Z ní je vidět, že prohozením řádku dostanu z jedné výrokové formule druhou (mám v tabulce třikrát 1 a jednou 0 pro obě výrokové formule $X \to Y$ a $X \mid Y$). Tedy platí:

$$X \to Y \equiv X \mid \neg Y.$$

Stačí tedy ještě umět nahradit negaci pomocí $|$. To není těžké. Uvažme následující posloupnost kroků:

$$\neg X \equiv \neg(X \wedge X) \equiv X \mid X.$$

Použijeme-li obě odvozené skutečnosti dohromady, dostáváme řešení příkladu:

$$X \to Y \equiv X \mid \neg Y \equiv X \mid (Y \mid Y).$$

To, že nám ve cvičení vyšla jiná výroková formule, neznamená, že jsme příklad spočítali špatně. Pouze jsme našli jiné řešení. Zároveň jsme to řešení opět museli částečně odhadnout. Právě proto je tu cvičení, abychom se naučili hledat (odhadovat), jak by to asi mohlo být.

Příklad 2. Přepište výrokovou formuli $(A \to (B \to C)) \to D$ na výrokovou formuli systému $\mathcal{L}(|)$.

Stačí opakovaně dosadit do "vzorečku"spočítaného v předchozím příkladu:

$$\underbrace{(A \to (B \to C))}_{X} \to \underbrace{D}_{Y} \equiv$$

$$(\underbrace{A}_{X_1} \to \underbrace{(B \to C)}_{Y_1}) \mid (D \mid D) \equiv (A \mid ((\underbrace{B}_{X_3} \to \underbrace{C}_{Y_3}) \mid (\underbrace{B}_{X_4} \to \underbrace{C}_{Y_4}))) \mid (D \mid D) \equiv$$

$$(A \mid ((B \mid (C \mid C) \mid (B \mid (C \mid C))) \mid (D \mid D).$$