

Definice 1. (*Nekonečná řada*) Necht' $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel. Nekonečnou řadou $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ rozumíme nekonečný součet $a_1 + a_2 + \dots$, jehož hodnota se definuje takto. Označme $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ posloupnost částečných součtů této řady. Jestliže existuje limita $s = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n$, řekneme, že nekonečná řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje a klademe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$. Jestliže $s = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ neexistuje nebo je nevlastní, řekneme, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje, přičemž diverguje k $\pm\infty$, je-li $s = \pm\infty$, a osciluje, jestliže $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ neexistuje.

Kritérium 1. (*Nutná podmínka konvergence*) Jestliže je řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentní, pak je $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

Kritérium 2. (*Prosté srovnávací*) Necht' $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ jsou řady s nezápornými členy a pro všechna $n \in \mathbb{N}$ je $a_n \leq b_n$.

1. Jestliže $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konverguje, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní.
2. Jestliže $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje, pak $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ je divergentní.

Kritérium 3. (*Srovnávací*) Necht' $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ jsou řady s kladnými členy. Necht' existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = L \in [0, \infty]$.

1. Jestliže $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konverguje a $L < \infty$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní.
2. Jestliže $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverguje a $L > 0$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní.

Kritérium 4. (*Podílové*) Necht' $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je nekonečná řada a necht' existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L \in [0, \infty]$.

1. Jestliže je $L < 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní.
2. Jestliže je $L > 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní.
3. Jestliže je $L = 1$, pak podle podílového kritéria nelze rozhodnout.

Kritérium 5. (*Odmocninové*) Necht' $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je nekonečná řada a necht' existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = L \in [0, \infty]$.

1. Jestliže je $L < 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní.
2. Jestliže je $L > 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní.
3. Jestliže je $L = 1$, pak podle odmocninového kritéria nelze rozhodnout.