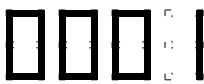


Jméno:

Skupina: A

Místnost: D1

2. zkouška



příklad



učo



body



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

**Elementární geometrie (3 body):****Příklad 1**Určete matice následujících lineárních zobrazení v prostoru  $\mathbb{R}^2$ :

- (a) otočení o úhel  $\frac{\pi}{2}$  v kladném směru,      (c) zrcadlení vzhledem k přímkce  $y = x$ ,
- (b) zrcadlení vzhledem k ose  $x$ ,      (d) projekce na osu  $y$ .

Jméno:

Skupina: A

Místnost: D1

2. zkouška

0001

*příklad*

2

*učo**bodý*

0123456789

**Vlastní hodnoty (5 bodů):****Příklad 2**

Určete vlastní hodnoty a vlastní vektory matice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Určete algebraickou a geometrickou násobnost všech vlastních hodnot a uveďte, je-li matice  $M$  podobná nějaké diagonální matici. Pokud ano, určete takovou matici a matici podobnosti. Dále pomocí vlastních hodnot vypočtěte determinant matice  $M$  a matici  $M^5$ .

Jméno:

Skupina: A

Místnost: D1

2. zkouška

0001

*příklad*

3

*učo**body*

0123456789

**Pravděpodobnost (3 body):****Příklad 3**

V loterii je taženo 5 čísel z množiny  $\{1, 2, 3, \dots, 35\}$ , přitom nezáleží na jejich pořadí. Sázející tipuje 5 čísel a vyhrává 1. cenu, pokud všechna uhodne, 2. cenu, pokud tipuje správně 4 čísla a 3. cenu, jestliže správně uhodne 3 čísla. Definujte význam kombinačního čísla  $\binom{n}{k}$  a pomocí kombinačních čísel vyjádřete pravděpodobnost:

- |                                                |                                                 |
|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| (a) získání 1. ceny;                           | (c) toho, že alespoň 2 tažená čísla budou sudá; |
| (b) toho, že všechna tažená čísla budou lichá; | (d) získání 3. ceny.                            |

Jméno:

Skupina: A

Místnost: D1

2. zkouška

0001

příklad

4

učo

body

0123456789

**Euklidovské prostory (5 bodů):** Mějme vektory**Příklad 4** $u_1 = (1, -1, 1, 2), u_2 = (-2, 1, -2, -5), u_3 = (2, 0, 2, 6), u_4 = (0, 0, 3, t).$ 

- (a) Určete hodnoty parametru  $t \in \mathbb{R}$ , pro něž je  $u_4$  lineární kombinací  $u_1, u_2, u_3$ .
- (b) Pomocí Gram-Schmidtova procesu určete ortogonální bázi  $\langle u_1, u_2, u_3 \rangle$ .
- (c) Určete souřadnice  $u_4$  (pro hodnoty  $t$  určené v (a)) v bázi určené v (b).

Jméno:

Skupina: A

Místnost: D1

2. zkouška

0001

*příklad*

5

*učo**body*

0123456789

**Rovnice (4 body):** V závislosti na reálném parametru  $a$  řešte soustavu lineárních rovnic nad  $\mathbb{R}$ :

**Příklad 5**

$$(a + 1)x_1 + x_2 + x_3 = a^2 + 3a$$

$$x_1 + (a + 1)x_2 + x_3 = a^3 + 3a^2$$

$$x_1 + x_2 + (a + 1)x_3 = a^4 + 3a^3$$