$3 + x = 2$ v $\mathbb{N}$ nemá řešení ← opačný prvek k 3

$x = -1$ v $\mathbb{Z}$, $x = 2 + (-3)$

$2 \cdot x = 3$ v $\mathbb{Z}$ nemá řešení ← inverzní prvek k 2

$x = \frac{3}{2}$ v $\mathbb{Q}$ $(x = 3 \cdot 2^{-1})$

$(M, \square)$

$(x \square y) \square z = x \square (y \square z)$

$\exists e : x \square e = e \square x = x$

$(\forall x)(\exists y) : x \square y = y \square x = e$

$(\mathbb{N}_0, +)$

$+$ je asociativní

0 je neutrální prvek

neexistence inverzí

$+$ je komutativní

$2 + 1 = 1 + 2$

2 21-8:03

$(\mathbb{Z}, +)$ je komutativní (abelovská) grupa.

$(\mathbb{Z}^*, \cdot)$ je kom. pologrupa s neutrálním prvkem

$(\mathbb{Q}^*, \cdot)$ je kom. grupa.

$(\mathbb{Z}_7, +)$ ... grupa $\quad (\mathbb{Z}_6 \setminus \{[0]\}, \cdot)$

$(\mathbb{Z}_6 \setminus \{0\}, \cdot)$ ... není ani grupoid

$(\mathbb{Z}_7^*, \cdot)$ ... grupa

$\mathbb{Z}_7^* = \mathbb{Z}_7 \setminus \{[0]\}$

inverze $[2] \cdot [4] = [1]$

$[4] = [2]^{-1}$

$2 \cdot 4 \equiv 1 \ (7)$

nekomutativní operace:

i) násobení matic

$(M_{n,n}, \cdot)$,

matice s nenulovým determinantem

$\{\text{matice } n \times n\} \longleftrightarrow \{\text{lineárními zobrazeními vekt. prostoru dim } n\}$

Permutace.

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ n-1 & n & \dots & 3 \end{pmatrix}$ ⇝ dvouřádkový zápis permutace

Id

Př. $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 8 & 5 & 7 & 9 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

$1 \mapsto 2 \mapsto 3 \mapsto 4 \mapsto 8 \mapsto 1 \Rightarrow$ cyklus $(1, 2, 3, 4, 8)$

$6 \mapsto 7 \mapsto 9 \Rightarrow$ cyklus $(6, 7, 9)$ $\big(\sim (2, 3, 4, 8, 1)\big)$

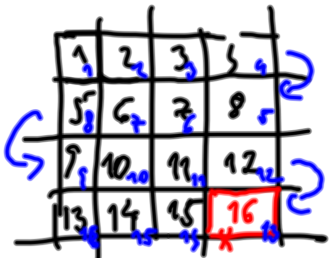
$\tau = (1, 2, 3, 4, 8) \circ (6, 7, 9)$

$(1, 2, 3, 4, 8) = (1, 2) \circ (2, 3) \circ (3, 4) \circ (4, 8)$

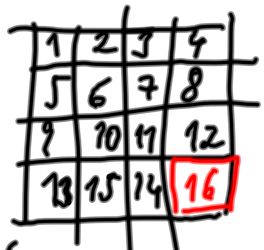
$[(1, 2) \circ (2, 3) \circ (3, 4) \circ (4, 8)](8) =$

$= [(1, 2) \circ (2, 3) \circ (3, 4)](4) = \dots = 1$

Sloydova patnáctka:



$\xrightarrow{\;2\;}$ (14, 15)



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 8 & 7 & 6 & 5 & 9 & 10 & 11 & 12 & 15 & 14 & 13 \end{pmatrix}$$

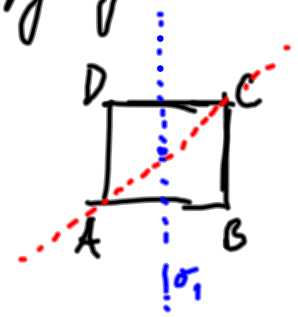
$$\begin{pmatrix} \ldots & 13 & 14 & 15 \\ \ldots & 14 & 15 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \boxed{3} & 4 & 5 & 6 & \boxed{7} & 8 & 9 \\ 1 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 9 & 3 & 2 \end{pmatrix} \circ (3,7)$$

Řekneme, že i, j jsou v transpozici vůči perm. τ, jestliže $i<j$ a $\tau(i)>\tau(j)$

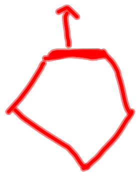
Šoupnutí nemění paritu permutace (nutno rozmyslet) $\Big\}\Rightarrow$ nelze přejít zprava doleva

Grupy symetrií.



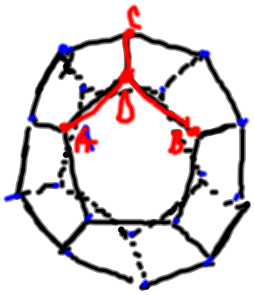
$\dots\to$ čtyři přímé (rotační) symetrie

\+ 4 nepřímé symetrie



8 symetrií $\subset S_4$

$\sigma_1 \sim (A,B)\circ(C,D)$



$S = 12$

$V = 20$

$H = 30$

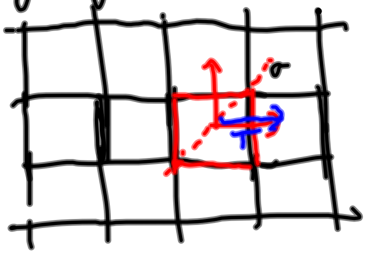
60 přímých symetrií

$\Rightarrow$ 120 všech

$20 \cdot 3 \cdot 2 = 120$

není izomorfní s S_5

Grupy symetrií rovinných dláždění



Grupa symetrií generovaná T, R_{90°, O

Určete obrazce, kterými lze vydláždit rovinu