

# Rozcvička: počítání s čísly

Radek Pelánek

IV122, jaro 2014

# Collatzova posloupnost

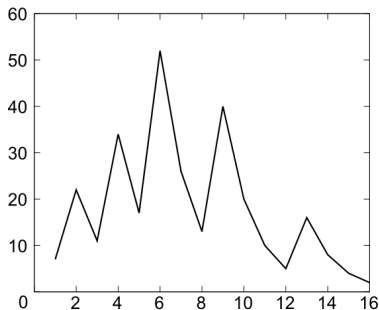
- vezmi přirozené číslo:
  - pokud je sudé, vyděl jej dvěma
  - pokud je liché, vynásob jej třemi a přičti jedničku
- tento postup opakuj, dokud nedostaneš číslo jedna

# Collatzova posloupnost: výpis

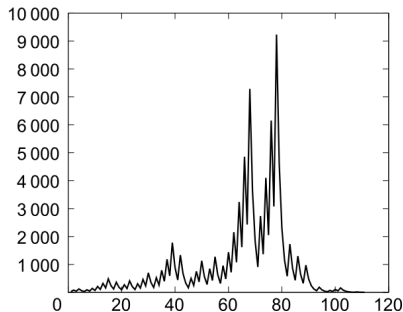
```
def collatz_vypis(n):  
    while n != 1:  
        print n,  
        if n % 2 == 0:  
            n = n / 2  
        else:  
            n = 3*n + 1  
    print 1
```

# Collatzova posloupnost: příklady graficky

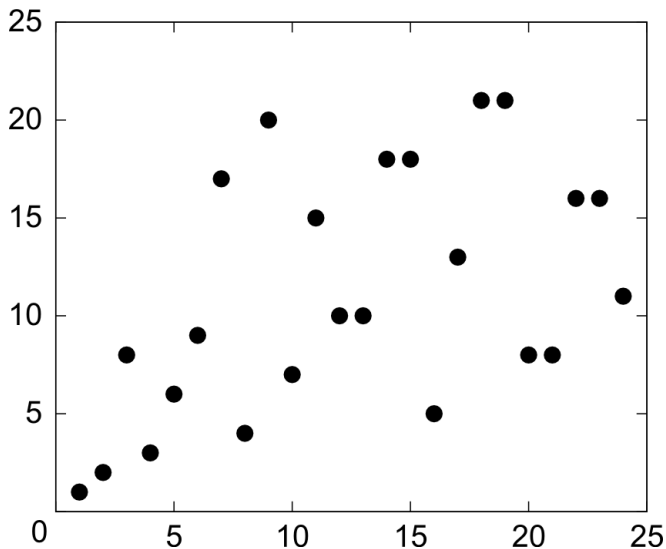
začínající číslem 7



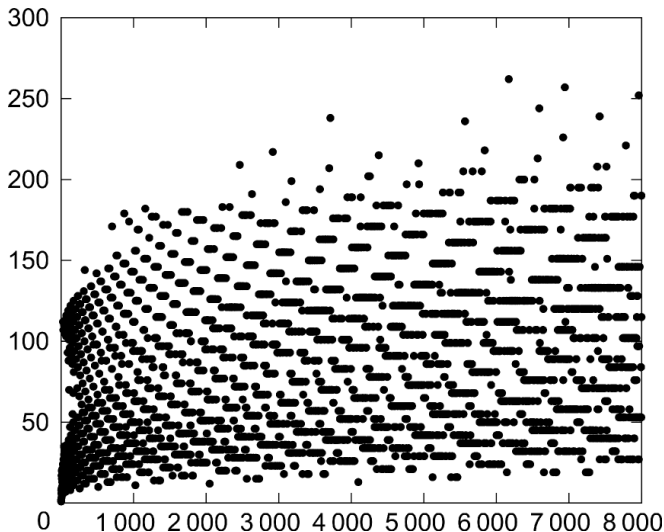
začínající číslem 27



# Collatzova posloupnost: počty kroků I



# Collatzova posloupnost: počty kroků II



# Collatzova hypotéza

- platí, že pro každé počáteční číslo  $n$ , narazí posloupnost na číslo 1?
- experimentálně ověřeno pro velká  $n$  ( $\sim 10^{18}$ )
- důkaz není znám

# Collatzova posloupnost: experimenty

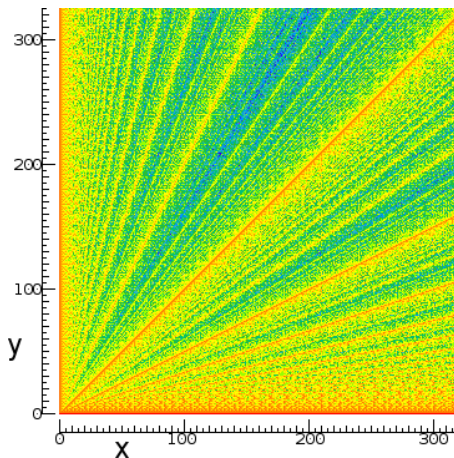
- vytvořte uvedený graf „počtu kroků“
- vytvořte analogický graf, který má na ose  $y$  „maximální číslo v posloupnosti začínající  $x$ “

# Největší společný dělitel

- Euklidův algoritmus
- $NSD(a, b) = NSD(a - b, b)$
- $NSD(a, b) = NSD(a \bmod b, b)$

```
def nsd(a,b):  
    if b == 0:  
        return a  
    else:  
        return nsd(b, a % b)
```

# Euklidův algoritmus: vizualizace



[http://en.wikipedia.org/wiki/Euclidean\\_algorithm](http://en.wikipedia.org/wiki/Euclidean_algorithm)

# Úkol: Vizualizace NSD, Euklidův algoritmus

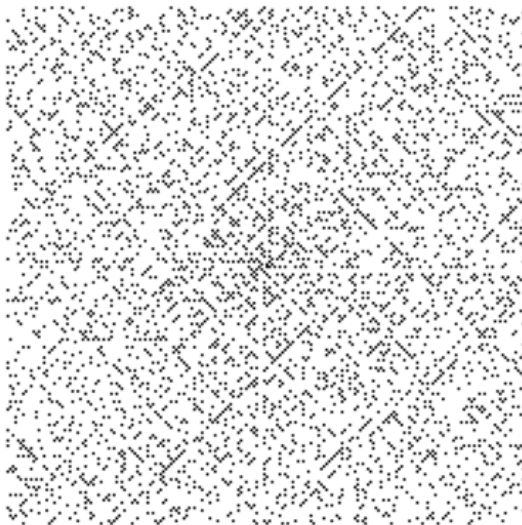
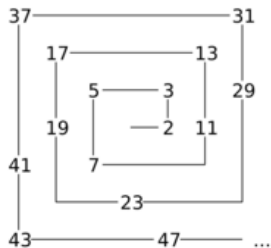
A) Program vygeneruje obrázek vizualizující největší společné dělitele.

B) Program vygeneruje obrázek vizualizující délku běhu Euklidova algoritmu:

- počet kroků algoritmu – odčítací varianta
- počet kroků algoritmu – efektivní modulo varianta
- různé způsoby barevného znázornění (např. kombinace obou předchozích do jednoho obrázku)

# Ulamova spirála

37-36-35-34-33-32-31  
38 17-16-15-14-13 30  
39 18 5-4-3 12 29  
40 19 6 1-2 11 28  
41 20 7-8-9-10 27  
42 21-22-23-24-25-26  
43-44-45-46-47-48-49...



# Ulamova spirála – variace

- Jak to dopadne, když místo prvočísel budeme do spirály zakreslovat čísla dělitelná  $k$ ?
- Jaká jiná kritéria můžeme použít? Barevné obarvování?
- Co když použijeme jiný tvar mřížky?