

# IV124 Komplexní sítě

Eva Výtvarová, Jan Fousek, Eva Hladká

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita

10. dubna 2019

# Milgramův experiment <sup>1</sup>

---

Zadání:

- 300 osob z různých míst v USA
- cílem dopravit přes osobní kontakty dopis cílovému člověku v Bostonu

Výsledek:

- 64 úspěšných řetězů
- v průměru 6.2 kroků: 6 stupňů odloučení

---

<sup>1</sup>Milgram, S. (1967). The small world problem. *Psychology today*, 2(1), 60-67.

# Milgramův experiment: proč 6?

---

náhodné sociální sítě:

- předpokládá se 500-1500 kontaktů na osobu<sup>2</sup>
- pro náhodnou síť tedy na tři kroky  
 $\sim 500^3 = 125 \cdot 10^6$  osob

přátelé přátel

- tranzitivní povaha sociálních vazeb
- kvantifikujeme pomocí klastrovacího koeficientu.

# Klastry a délka cesty: modely

---

Žádané vlastnosti:

- malý diametr (průměrná délka cesty):  $l \approx \ln(N)$
- vysoký klastrovací koeficient:  $C \gg C_{rand}$

model	klastry	malý diametr
Erdős Rényi	ne	ano
Barabási-Albert	ne	ano
grid	ano	ne
?	ano	ano

# Watts-Strogatz model<sup>3</sup>

---

Postup:

- začneme s  $n$  uzly spojenými s  $k$  nejbližšími sousedy (mesh)
- pro každou hranu, s pravděpodobností  $p$  změním náhodně cílový uzel

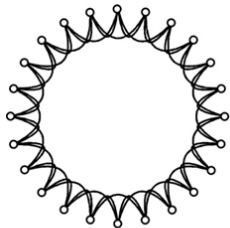
Pro určité hodnoty  $p$  získáme jak vysoké  $C$ , tak nízké  $l$

---

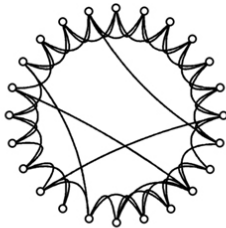
<sup>3</sup>Watts, D. J., & Strogatz, S. H. (1998). Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, 393(6684), 440-442.

# Watts-Strogatz model

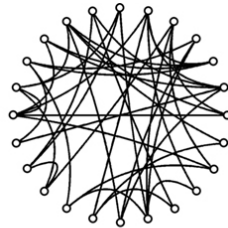
---



$p = 0$



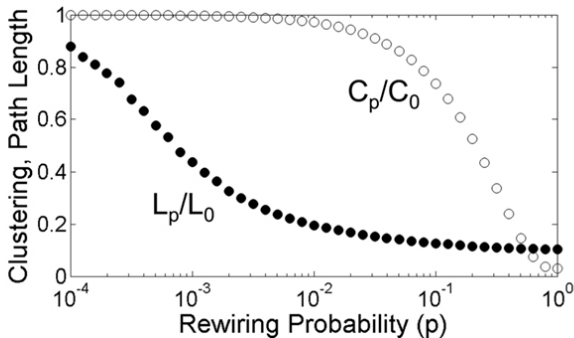
increasing randomness



$p = 1$

4

# Watts-Strogatz model



5

<http://bit.ly/1O2WBIL>

<sup>5</sup>Sporns O. (2011)

7 of 17

# Watts-Strogatz: ukázka

---

...



# Model lesních požárů<sup>6</sup>

---

Motivace:

- Watts-Strogatz model nevytváří bezškálovou síť
- náhodné přepojování se těžko interpretuje

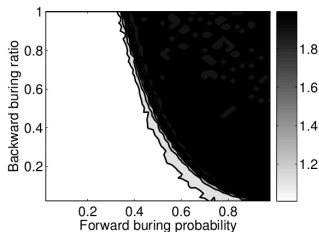
Postup

- v každém kroku přidáme uzel  $u$
- náhodně vybereme a „zapálíme“ přípojný bod
- oheň se iterativně šíří s pravděpodobností  $p$ , po příchozích hranách  $r$ -krát méně
- k  $u$  připojíme zhořelé

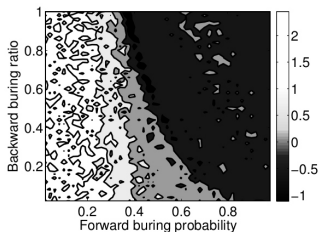
<sup>6</sup>Leskovec et. al (2005)

# Model lesních požárů – vlastnosti

- forma upřednostněného připojení: mocninný zákon
- tzv. komunitou řízené připojení: klastrování
- pouze dva parametry



Densification exponent



Diameter

# Malé světy vs. efektivita<sup>8</sup>

---

Intuice:

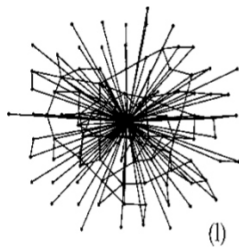
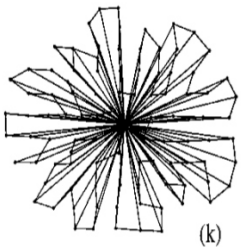
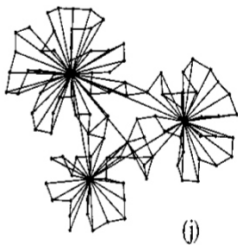
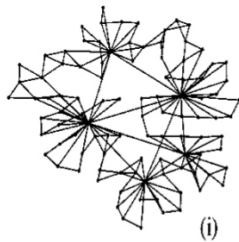
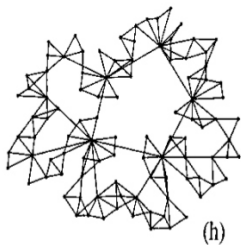
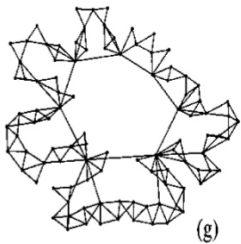
- u fyzických sítí (dopravní, neuronová, ...) proti sobě působí snaha o maximální konektivitu a cena vybudování spojení
- hodnotící funkce  $E = \lambda L + (1 - \lambda)W$
- $L$  je char. délka cesty,  $W$  je celková cena spojení (pro jednu hranu závisí na vzdálenosti mezi uzly),  $\lambda$  udává preferenci  $L$  vs  $W$

# Malé světy vs. efektivita

---

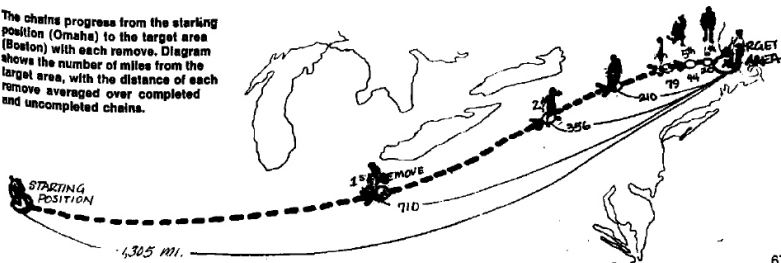
Výsledek:

- pro extrémní hodnoty  $\lambda$  dostaneme náhodnou síť a mřížku
- pro střední hodnoty malé světy s **huby**



# Milgramův experiment – navigace

The chains progress from the starting position (Omaha) to the target area (Boston) with each remove. Diagram shows the number of miles from the target area, with the distance of each remove averaged over completed and uncompleted chains.



67

Pozorování:

- dopisy se s každým krokem přibližují k cíli

# Milgramův experiment dnes

---

Srovnej:

- Szüle, J., Kondor, D., Dobos, L., Csabai, I., & Vattay, G. (2014). Lost in the City: Revisiting Milgram's Experiment in the Age of Social Networks. PloS one, 9(11), e111973.

# Kleinbergův model<sup>10</sup>

---

## Motivace

- využít znalost geografické polohy cíle a ostatních uzlů

## Postup

- uzly rozloženy na mřížce
- přidány náhodné hrany:

$$p(u, v) = d(u, v)^{-r}$$



# Kleinbergův model: ukázka

---

...