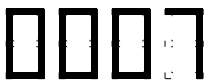


Jméno:

UČO:



líst

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Své učo a číslo lístu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

2. [0,5 bodu] Uvažte následující čtyři relace na slovech nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$:

$$u R_1 v \stackrel{\text{def}}{\iff} u \text{ začíná písmenem } a \iff v \text{ začíná písmenem } a$$

$$u R_2 v \stackrel{\text{def}}{\iff} \text{prefix2}(u) = \text{prefix2}(v)$$

$$u R_3 v \stackrel{\text{def}}{\iff} (\#_a(u) + \#_b(u) = |v| - \#_c(v)) \wedge (\#_c(u) \bmod 3 = \#_c(v) \bmod 3)$$

$$u R_4 v \stackrel{\text{def}}{\iff} |u| = |v| \wedge |u| > 5 \wedge |v| > 5$$

Operace *prefix2* z relace R_2 je operace, která dostane na vstup slovo a vrací buď první dva znaky tohoto slova, nebo celé slovo, je-li kratší než 2 znaky.

Formálně bychom ji definovali následovně:

$$\text{prefix2}(w) = \begin{cases} w & \text{pokud } |w| < 2, \\ u, \text{ kde } |u| = 2 \wedge w = u \cdot v \text{ pro nějaké } v & \text{pokud } |w| \geq 2. \end{cases}$$

Pro každou z uvedených relací rozhodněte, zda se jedná o ekvivalenci. Pokud to není ekvivalence, dokažte proč. Pokud to ekvivalence je, toto tvrzení nedokazujte, pouze určete její index a popište jednotlivé třídy rozkladu podle dané relace. Následně rozhodněte, zda jde o pravou kongruenci a své tvrzení dokažte (s důkazem, že relace je pravá kongruence, vám může pomoci tvrzení 2.21 ze skript, nezapomeňte však, že pokud se odvoláváte na definice, věty nebo důkazy z materiálů, musíte vždy uvést, kde a jak je používáte).