Příklad 1. *Kolika způsoby lze do tří různých obálek rozmístit pět stokorun a pět tisícikorun tak, aby žádná nezůstala prázdná?*

Řešení. Nejdříve zjistíme všechna rozmístění bez podmínky neprázdnosti. Těch je podle pravidla součinu (rozmísťujeme nezávisle stokoruny a tisícikoruny) $C(3,5)^2 = \binom{7}{2}^2$, viz odstavec 1.8 textů. Odečteme postupně rozmístění, kdy je právě jedna obálka prázdná, a poté kdy jsou dvě obálky prázdné. Celkem $C(3,5)^2 - 3(C(2,5)^2 - 2) - 3 = \binom{7}{2}^2 - 3(6^2 - 2) - 3 = 336$. □

Příklad 2. *Nalezněte explicitní vzorec pro posloupnost vyhovující následující lineární diferenční rovnici s počátečními podmínkami:*

$$x_{n+2} = 2x_n + n, x_1 = 2, x_2 = 2.$$

Řešení. Řešení zhomogenizované rovnice je tvaru $a(\sqrt{2})^n + b(-\sqrt{2})^n$.

Partikulárním řešením je posloupnost $-n-2$.

Dosazením do počátečních podmínek dostaneme pro řešení tvaru $a(\sqrt{2})^n + b(-\sqrt{2})^n - n - 2$, že $a = \frac{6+5\sqrt{2}}{4}$, $b = \frac{6-5\sqrt{2}}{4}$. Řešením je posloupnost

$$x_n = \frac{6+5\sqrt{2}}{4}(\sqrt{2})^n + \frac{6-5\sqrt{2}}{4}(-\sqrt{2})^n - n - 2.$$

□

Příklad 3. *Najděte matice A takové, že*

$$A^2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Námět na přemýšlení: jaké geometrické zobrazení v rovině zadává matice A^2?

Řešení. 4. A^2 je matice rotace o $60°$, takže

$$A = \pm \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix},$$

tedy matice rotace o $30°$, resp. $210°$. □

Příklad 5. *Najděte příčku přímek (úsečku, jejíž jeden koncový bod leží na jedné z přímek, druhý pak na druhé z nich)*

$$p: \ [1,1,1] + t(2,1,0), \quad q: \ [2,2,0] + t(1,1,1),$$

takovou, že přímka jí určená prochází bodem $[1,0,0]$.

Řešení. Hledaný bod v q najdeme jako průnik přímky q s rovinou

$$[1,1,1] + t(2,1,0) + s(0,1,1).$$

Jde o úsečku s krajními body $[5,5,3] \in q$, $[7/3, 5/3, 1] \in p$. □

Příklad *Zodpovězte stručně, výstižně a formálně přesně:*

1. *Co je to permutace a její parita?*
2. *Zadefinujte lineárně závislou množinu vektorů!*
3. *Zadefinujte konvexní množiny v afinním prostoru a uveďte příklad konvexní množiny a příklad množiny, která konvexní není!*

Řešení.

1. Viz odstavec 2.14 učebních textů.
2. Viz odstavec 2.23 učebních textů.
3. Viz odstavec 4.7 učebních textů.

□

Hodnocení

Za každý příklad je možné získat maximálně tři body, maximální zisk z písemky je však 14 bodů. Celkové možné zisky bodů ke zkoušce a výsledná hodnocení jsou:

1. průběžná písemka	3 body
2. průběžná písemka	3 body
závěrečná písemka	14 bodů
Celkem	20 bodů

U jednotlivých příkladů závěrečné písemky se udělují pouze celé body a to takto: 3 body za bezchybný postup i výsledek, 2 body za přesvědčivý a úplný postup a dokončený výpočet, 1 bod za přesvědčivý a správně popsaný postup včetně podstatné části výpočtu, 0 bodů ve zbývajících případech. U teoretického příkladu je za každou ze tří jeho částí přiznán jeden nebo žádný bod.

Závěrečné hodnocení	A	B	C	D	E	F
Rozsah bodů	15–20	13–14	11–12	9–10	7-8	0-6