

MB101 – 3. demonstovaná cvičení

Kombinatorika a konečná pravděpodobnost

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

1.10. 2007

Plán přednášky

- 1 Domácí úlohy z minulého týdne
- 2 Návodné úlohy
 - Konečná pravděpodobnost
 - Geometrická pravděpodobnost

Příklad 1. *Kolika způsoby můžeme rozdělit 10 (stejných) stokorun a 15 (stejných) pětisetkorun do tří obálek tak, aby žádná nezůstala prázdná?*

Řešení.

$$\binom{12}{2} \binom{17}{2} - 3(11 \cdot 16 - 2) - 3.$$

□

Příklad 2. *Kolik existuje slov délky 12 složených pouze z písmen A a B, které neobsahují skupinu BBB?*

Řešení. Pro hledaný počet a_n odvodíme rekurentní vztah

$$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-4},$$

přičemž $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $a_3 = 7$. Postupně dopočítáme $a_{12} = 1705$.
Též možno odvodit explicitní vzorec pro n -tý člen. □

Příklad 3. Nalezněte *jedinou* posloupnost $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$, která vyhovuje rekurentnímu vztahu

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2},$$

navíc $a_0 = 1$, $a_1 = 1$

Řešení.

$$a_n = \frac{2}{3}2^n + \frac{1}{3}(-1)^n.$$

□

Plán přednášky

- 1 Domácí úlohy z minulého týdne
- 2 **Návodné úlohy**
 - Konečná pravděpodobnost
 - Geometrická pravděpodobnost

Příklad *Vrhne dvě šestiboké kostky. Jaká je pravděpodobnost, že padne součet šest?*

Příklad *Vrhne dvě šestiboké kostky. Jaká je pravděpodobnost, že padne součet šest?*

Příklad *Hráč sází v ruletě pořád na černou. Jaká je pravděpodobnost, že vyhraje alespoň jednu ze čtyř sázek?*

Příklad *Ročně zahyne na silnicích v ČR přibližně 1200 lidí. Určete pravděpodobnost, že někdo ze studentů, kteří mají zapsán předmět Matematika I (nyní 628), zemře v následujících deseti letech při dopravní nehodě v ČR. Předpokládejte, že počet obyvatel ČR je konstantní a to 10^7 obyvatel a že každý má v jednom roce stejnou „šanci“ stát se účastníkem smrtelné dopravní nehody a to $1200/10^7$.*

Příklad *Z klobouku, ve kterém je pět bílých, pět červených a šest černých koulí, náhodně vytahujeme koule (bez vracení). Jaká je pravděpodobnost,*

a) že první vytažená koule bude černá?

Příklad *Z klobouku, ve kterém je pět bílých, pět červených a šest černých koulí, náhodně vytahujeme koule (bez vracení). Jaká je pravděpodobnost,*

- a) *že první vytažená koule bude černá?*
- b) *že pátá vytažená koule bude černá?*

Příklad *Kolik existuje přesmyček slova „AKADEMIK“ takových, že žádná dvě stejná písmena v nich nestojí vedle sebe?*

Příklad Šest lidí vhodí svoje peněženky do pytle. Poté si každý vylosuje jednu peněženku zpět. Jaká je pravděpodobnost, že si nikdo nevylosuje zpět svoji peněženku?

Příklad *Dvoumetrová tyč je náhodně rozdělena na tři díly. Určete pravděpodobnost, že alespoň jeden díl bude nejvýše 20 cm dlouhý.*