Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var A

Identifikace
UČO:

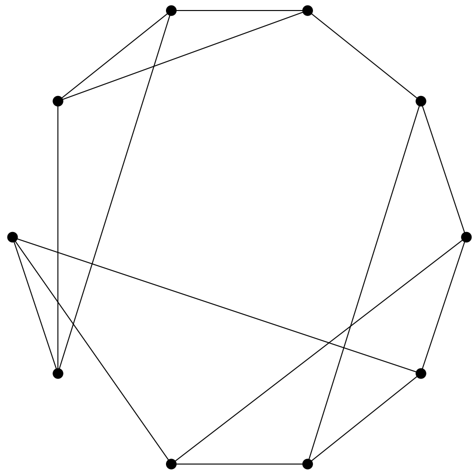
JMÉNO:

Poloha v místnosti:

Na vypracování máte ***100 minut****, celkem získáte* $\leq 17 + 15 + 20 + 20$ *bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte* ***podepsat****! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte* ***samostatně****. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

. . . .

1). Dán je následující jednoduchý graf na 10 vrcholech.



Vaším úkolem je zjistit, kolik vzájemně neisomorfních grafů může vzniknout z tohoto grafu přidáním jednoho nového vrcholu x a (jediné) hrany z x do některého původního vrcholu. Svou odpověď aspoň stručně zdůvodněte.

(Hodnocení ***17*** *bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var A

Identifikace
UČO:

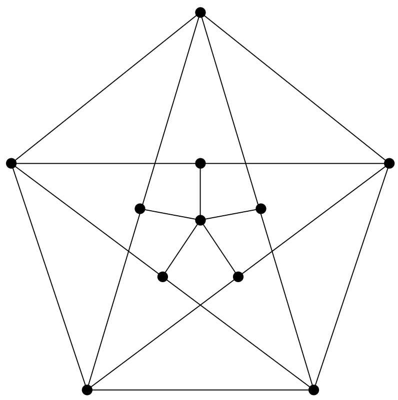
JMÉNO:

Poloha v místnosti:

Na vypracování máte ***100 minut****, celkem získáte* $\leq$ $17+15+20+20$ *bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte* ***podepsat****! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte* ***samostatně****. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

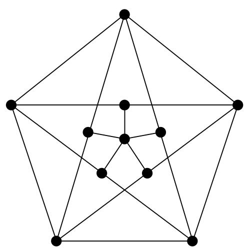
. . . .

2). Je dán jednoduchý graf na 11 vrcholech:



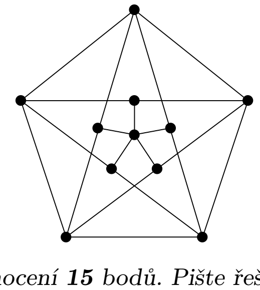
Vašim úkolem je zodpovědět správně následující tři otázky o tomto grafu. V odpovědi nestačí uvést jen správný výsledek, ale nutné je i stručné zdůvodnění jeho správnosti (na přiloženém obrázku).

a) Jak velká je jeho největší nezávislá množina?



b) Nakreslete libovolný jednoduchý graf, který má stejnou posloupnost stupňů jako zadaný graf a přitom je nesouvislý.

c) Jaká je barevnost našeho grafu? Nazapomeňte korektně zdůvodnit.



(Hodnocení ***15*** *bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var A

Identifikace
UČO:

JMÉNO:

Poloha v místnosti:

*Na vypracování máte **100 minut**, celkem získáte $\leq$ $17+15+20+20$ bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat**! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

....

3). Mějme konečnou množinu uzavřených intervalů na reálné ose. Nad těmito intervaly definujeme graf následovně: Vrcholy jsou naše intervaly a hrany spojují právě ty dvojice intervalů, které jsou disjunktní. Grafy definované popsaným způsobem nazvěme *mimo-intervalové*. (Jsou to vlastně doplňky lépe známých intervalových grafů.)

a) Podejte zde elementární důkaz faktu, že barevnost mimo-intervalového grafu je vždy rovna velikosti jeho největší kliky.

b) Popište efektivní algoritmus (počítající v polynomiálním čase) pro určení barevnosti vstupního mimo-intervalového grafu.

*(Hodnocení **20** bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var A

Identifikace
UČO:

JMÉNO:

Poloha v místnosti:

*Na vypracování máte **100 minut**, celkem získáte $\leq$ $17+15+20+20$ bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat**! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

. . . .

4). Dokažte platnost následujícího tvrzení:

Hrany (všechny!) každého jednoduchého neorientovaného grafu G lze zorientovat tak, aby do každého jeho vrcholu $v \in V(G)$ stupně d_v přicházelo nejvýše $\lceil d_v/2 \rceil$ šipek. ($\lceil\ \rceil$ je horní celá část.)

Proč analogické tvrzení neplatí s nejvýše $\lfloor d_v/2 \rfloor$ přicházejícími šipkami?

*(Hodnocení **20** bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var B

Identifikace
UČO:

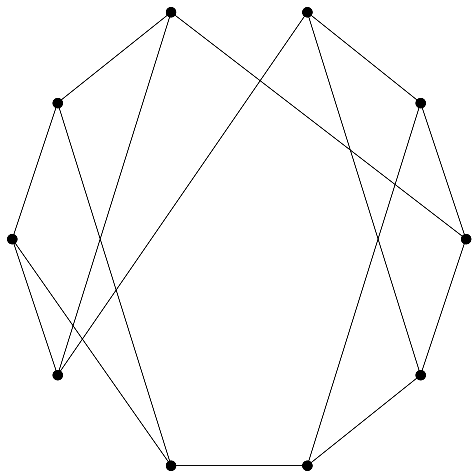
JMÉNO:

Poloha v místnosti:

*Na vypracování máte **100 minut**, celkem získáte $\leq$ $17+15+20+20$ bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat**! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

....

1). Dán je následující jednoduchý graf na 10 vrcholech.



Vašim úkolem je zjistit, kolik vzájemně neisomorfních grafů může vzniknout z tohoto grafu přidáním jednoho nového vrcholu x a (jediné) hrany z x do některého původního vrcholu. Svou odpověď aspoň stručně zdůvodněte.

*(Hodnocení **17** bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var B

Identifikace
UČO:

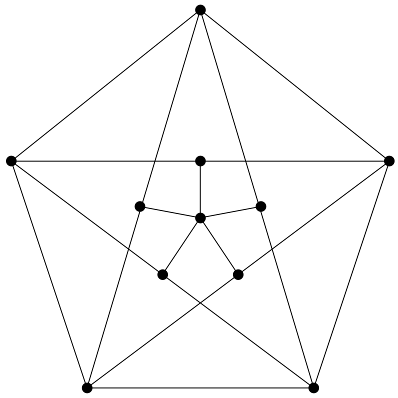
JMÉNO:

Poloha v místnosti:

Na vypracování máte ***100 minut****, celkem získáte* $\leq 17+15+20+20$ *bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte* ***podepsat****! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte* ***samostatně****. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

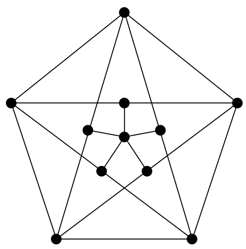
. . . .

2). Je dán jednoduchý graf na 11 vrcholech:



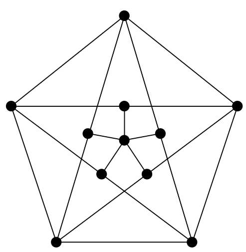
Vašim úkolem je zodpovědět správně následující tři otázky o tomto grafu. V odpovědi nestačí uvést jen správný výsledek, ale nutné je i stručné zdůvodnění jeho správnosti (na přiloženém obrázku).

a) Jak velká je nejdelší kružnice v tomto grafu?



b) Nakreslete libovolný jednoduchý graf, který má stejnou posloupnost stupňů jako zadaný graf a přitom jej lze obarvit dvěma barvami.

c) Jaká je barevnost našeho grafu? Nazapomeňte korektně zdůvodnit.



(Hodnocení ***15*** *bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var B

Identifikace
UČO:

JMÉNO:

Poloha v místnosti:

*Na vypracování máte **100 minut**, celkem získáte $\leq$ $17+15+20+20$ bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat**! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

. . . .

3). Mějme konečnou množinu uzavřených intervalů na reálné ose. Nad těmito intervaly definujeme graf následovně: Vrcholy jsou naše intervaly a hrany spojují právě ty dvojice intervalů, které jsou disjunktní. Grafy definované popsaným způsobem nazvěme *mimo-intervalové*. (Jsou to vlastně doplňky lépe známých intervalových grafů.)

a) Podejte zde elementární důkaz faktu, že barevnost mimo-intervalového grafu je vždy rovna velikosti jeho největší kliky.

b) Popište efektivní algoritmus (počítající v polynomiálním čase) pro určení barevnosti vstupního mimo-intervalového grafu.

*(Hodnocení **20** bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var B

Identifikace
UČO:

JMÉNO:

Poloha v místnosti:

*Na vypracování máte **100 minut**, celkem získáte $\leq$ $17+15+20+20$ bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat**! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

....

4). Dokažte platnost následujícího tvrzení:

Hrany (všechny!) každého jednoduchého neorientovaného grafu G lze zorientovat tak, aby do každého jeho vrcholu $v \in V(G)$ stupně d_v přicházelo nejvýše $\lceil d_v/2 \rceil$ šipek. ($\lceil\ \rceil$ je horní celá část.)

Proč analogické tvrzení neplatí s nejvýše $\lfloor d_v/2 \rfloor$ přicházejícími šipkami?

*(Hodnocení **20** bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var C

Identifikace
UČO:

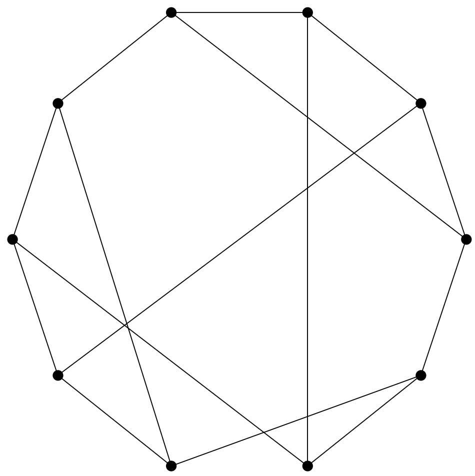
JMÉNO:

Poloha v místnosti:

Na vypracování máte ***100 minut****, celkem získáte* $\leq$ $17+15+20+20$ *bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte* ***podepsat****! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte* ***samostatně****. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

....

1). Dán je následující jednoduchý graf na 10 vrcholech.



Vaším úkolem je zjistit, kolik vzájemně neisomorfních grafů může vzniknout z tohoto grafu přidáním jednoho nového vrcholu x a (jediné) hrany z x do některého původního vrcholu. Svou odpověď aspoň stručně zdůvodněte.

(Hodnocení ***17*** *bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var C

Identifikace
UČO:

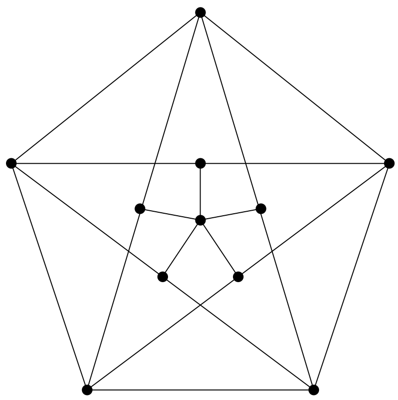
JMÉNO:

Poloha v místnosti:

Na vypracování máte ***100 minut****, celkem získáte* $\leq 17+15+20+20$ *bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte* ***podepsat****! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte* ***samostatně****. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

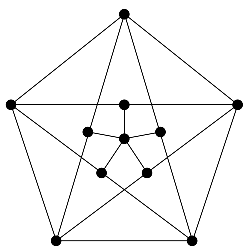
....

2). Je dán jednoduchý graf na 11 vrcholech:



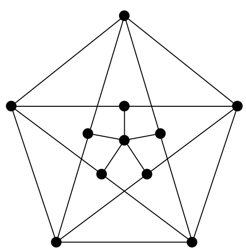
Vašim úkolem je zodpovědět správně následující tři otázky o tomto grafu. V odpovědi nestačí uvést jen správný výsledek, ale nutné je i stručné zdůvodnění jeho správnosti (na přiloženém obrázku).

a) Jak velká je nejkratší kružnice v tomto grafu?



b) Nakreslete libovolný jednoduchý graf, který má stejnou posloupnost stupňů jako zadaný graf a přitom obsahuje dva vrcholy ve vzdálenosti 4 od sebe.

c) Jaká je barevnost našeho grafu? Nazapomeňte korektně zdůvodnit.



(Hodnocení ***15*** *bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var C

Identifikace
UČO:

JMÉNO:

Poloha v místnosti:

Na vypracování máte ***100 minut****, celkem získáte* $\leq$ $17+15+20+20$ *bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte* ***podepsat****! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte* ***samostatně****. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

....

3). Mějme konečnou množinu uzavřených intervalů na reálné ose. Nad těmito intervaly definujeme graf následovně: Vrcholy jsou naše intervaly a hrany spojují právě ty dvojice intervalů, které jsou disjunktní. Grafy definované popsaným způsobem nazvěme *mimo-intervalové*. (Jsou to vlastně doplňky lépe známých intervalových grafů.)

a) Podejte zde elementární důkaz faktu, že barevnost mimo-intervalového grafu je vždy rovna velikosti jeho největší kliky.

b) Popište efektivní algoritmus (počítající v polynomiálním čase) pro určení barevnosti vstupního mimo-intervalového grafu.

(Hodnocení ***20*** *bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var C

Identifikace
UČO:

JMÉNO:

Poloha v místnosti:

Na vypracování máte ***100 minut****, celkem získáte* $\leq$ $17+15+20+20$ *bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte* ***podepsat****! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte* ***samostatně****. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

....

4). Dokažte platnost následujícího tvrzení:

Hrany (všechny!) každého jednoduchého neorientovaného grafu G lze zorientovat tak, aby do každého jeho vrcholu $v \in V(G)$ stupně d_v přicházelo nejvýše $\lceil d_v/2 \rceil$ šipek. ($\lceil\ \rceil$ je horní celá část.)

Proč analogické tvrzení neplatí s nejvýše $\lfloor d_v/2 \rfloor$ přicházejícími šipkami?

(Hodnocení ***20*** *bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var D

Identifikace
UČO:

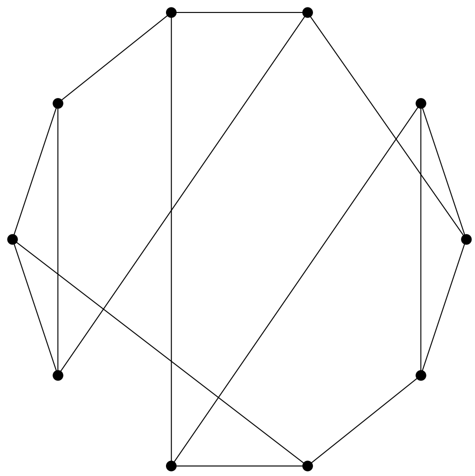
JMÉNO:

Poloha v místnosti:

*Na vypracování máte **100 minut**, celkem získáte* $\leq$ $17+15+20+20$ *bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat**! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

. . . .

1). Dán je následující jednoduchý graf na 10 vrcholech.



Vaším úkolem je zjistit, kolik vzájemně neisomorfních grafů může vzniknout z tohoto grafu přidáním jednoho nového vrcholu x a (jediné) hrany z x do některého původního vrcholu. Svou odpověď aspoň stručně zdůvodněte.

*(Hodnocení **17** bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var D

Identifikace
UČO:

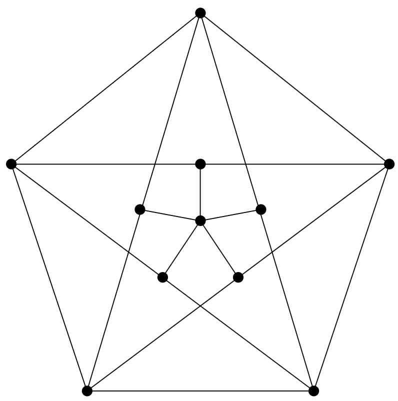
JMÉNO:

Poloha v místnosti:

*Na vypracování máte **100 minut**, celkem získáte ≤ 17 + 15 + 20 + 20 bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat**! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

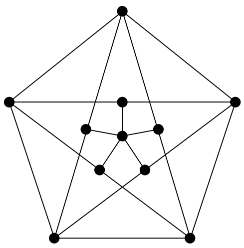
....

2). Je dán jednoduchý graf na 11 vrcholech:



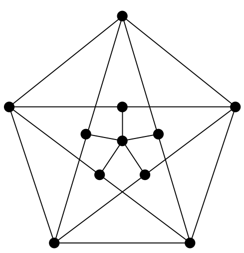
Vašim úkolem je zodpovědět správně následující tři otázky o tomto grafu. V odpovědi nestačí uvést jen správný výsledek, ale nutné je i stručné zdůvodnění jeho správnosti (na přiloženém obrázku).

a) Jak velká je nejmenší podmnožina X jeho vrcholů taková, že každý jeho vrchol mimo X má nějakého souseda v X?



b) Nakreslete libovolný jednoduchý graf, který má stejnou posloupnost stupňů jako zadaný graf a přitom obsahuje trojúhelník.

c) Jaká je barevnost našeho grafu? Nazapomeňte korektně zdůvodnit.



*(Hodnocení **15** bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var D

Identifikace
UČO:

JMÉNO:

Poloha v místnosti:

*Na vypracování máte **100 minut**, celkem získáte* $\leq 17+15+20+20$ *bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat**! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

. . . .

3). Mějme konečnou množinu uzavřených intervalů na reálné ose. Nad těmito intervaly definujeme graf následovně: Vrcholy jsou naše intervaly a hrany spojují právě ty dvojice intervalů, které jsou disjunktní. Grafy definované popsaným způsobem nazvěme *mimo-intervalové*. (Jsou to vlastně doplňky lépe známých intervalových grafů.)

a) Podejte zde elementární důkaz faktu, že barevnost mimo-intervalového grafu je vždy rovna velikosti jeho největší kliky.

b) Popište efektivní algoritmus (počítající v polynomiálním čase) pro určení barevnosti vstupního mimo-intervalového grafu.

*(Hodnocení **20** bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*

Písemná zkouška MA010 Grafy: 9.1. 2008, var D

Identifikace
UČO:

JMÉNO:

Poloha v místnosti:

*Na vypracování máte **100 minut**, celkem získáte $\leq$ $17+15+20+20$ bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat**! Je zakázáno použít kalkulačky a jiné el. přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.*

....

4). Dokažte platnost následujícího tvrzení:

Hrany (všechny!) každého jednoduchého neorientovaného grafu G lze zorientovat tak, aby do každého jeho vrcholu $v \in V(G)$ stupně d_v přicházelo nejvýše $\lceil d_v/2 \rceil$ šipek. ($\lceil\ \rceil$ je horní celá část.)

Proč analogické tvrzení neplatí s nejvýše $\lfloor d_v/2 \rfloor$ přicházejícími šipkami?

*(Hodnocení **20** bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)*