1. Normální rozložení a rozložení z něj odvozená

1.1. Motivace

1.2. Definice: Definice normálního rozložení

1.3. Věta: Vlastnosti normálního rozložení

1.4. Definice: Definice standardizovaného normálního rozložení

1.5. Poznámka: Distribuční funkce a kvantily N(0,1) – tabelace, přepočtové vzorce

1.6. Věta: Věta o standardizaci normálně rozložené veličiny X

1.7. Příklad: Výsledky u přijímacích zkoušek na jistou VŠ jsou normálně rozloženy s parametry $\mu = 550$ bodů, $\sigma = 100$ bodů. S jakou pravděpodobností bude mít náhodně vybraný uchazeč aspoň 600 bodů?
Řešení:
X – výsledek náhodně vybraného uchazeče, $X \sim N(550, 100^2)$, $P(X \geq 600) = 1 - P(X \leq 600) + P(X = 600) = 1 - P(X \leq 600) = 1 - P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{600-\mu}{\sigma}\right) = 1 - P\left(U \leq \frac{600-550}{100}\right) = 1 - \Phi(0,5)$
$= 1 - 0,69146 = 0,31$

1.8. Příklad: Nechť $X \sim N(-1, 4)$. Najděte $K_{0,025}(X)$.
Řešení:
$$U = \frac{X+1}{2} \sim N(0,1)$$
$$\Rightarrow X = 2U - 1 \Rightarrow K_{0,025}(X) = 2u_{0,025} - 1 = -2u_{0,975} - 1 = -2 \cdot 1,96 - 1 = -4,92$$

1.9.Definice: Definice rozložení $\chi^2(n)$

1.10. Poznámka: Označení kvantilů, převodní vztah pro n > 30: $\chi^2_\alpha(n) = \frac{1}{2}\left(u_\alpha + \sqrt{2n-1}\right)^2$

1.11. Příklad: Najděte a) $\chi^2_{0,975}(10)$, b) $\chi^2_{0,05}(3)$.
Řešení: ad a) $\chi^2_{0,975}(10) = 20,483$, ad b) $\chi^2_{0,05}(3) = 0,352$

1.12. Definice: Definice rozložení t(n)

1.13. Poznámka: Označení kvantilů, přepočtový vzorec $t_\alpha(n) = -t_{1-\alpha}(n)$

1.14. Příklad: Najděte a) $t_{0,90}(8)$, b) $t_{0,05}(6)$
Řešení: ad a) $t_{0,90}(8) = 1,3968$, ad b) $t_{0,05}(6) = -t_{0,95}(6) = -1,9432$

1.15. Příklad: Nechť $X \sim t(14)$. Určete konstantu c tak, aby $P(-c < X < c) = 0,9$.
Řešení:
$$0,9 = P(-c < X < c) = \Phi(c) - \Phi(-c) = \Phi(c) - [1 - \Phi(c)] = 2\Phi(c) - 1 \Rightarrow \Phi(c) = 0,95 \Rightarrow$$
$$c = t_{0,95}(14) = 1,7613$$

1.16. Definice: Definice rozložení $F(n_1,n_2)$

1.17. Poznámka: Označení kvantilů, přepočtový vzorec $F_{\alpha}(n_1, n_2) = \frac{1}{F_{1-\alpha}(n_2, n_1)}$

1.18. Příklad: Najděte a) $F_{0,975}(5,7)$, b) $F_{0,025}(8,6)$
Řešení: ad a) $F_{0,975}(5,7) = 5,2852$
ad b) $F_{0,025}(8,6) = \frac{1}{F_{0,975}(6,8)} = \frac{1}{4,6517} = 0,215$

1.19. Příklad: Nechť $X \sim F(5,8)$. Najděte konstantu c tak, aby platilo $P(X \leq c) = 0,05$.
Řešení: $0,05 = P(X \leq c) = \Phi(c) \Rightarrow c = F_{0,05}(5,8) = \frac{1}{F_{0,95}(8,5)} = \frac{1}{4,8183} = 0,2075$

1.20. Definice: Definice dvourozměrného normálního rozložení a standardizovaného dvourozměrného normálního rozložení, význam jednotlivých parametrů

1.21. Věta: Marginální rozložení dvourozměrného normálního rozložení jsou normální.

1.22. Věta: Lineární transformace náhodné veličiny s normálním rozložením se řídí rovněž normálním rozložením.