

Příklady na cvičení k 1. přednášce

1. příklad: Dokázat přepočtový vzorec $\Phi(-u) = 1 - \Phi(u)$

2. příklad: Jaká je pravděpodobnost, že náhodná veličina $X \sim N(20, 16)$ nabude hodnotu menší než 12 nebo větší než 28?

Výsledek: 0,0455

3. příklad: Dlouhodobé zkušenosti s výsledky testu z matematiky na střední škole opravňují učitele k tomu, aby počet bodů v testu dosažených považoval za náhodnou veličinu X s rozložením $N(\mu, \sigma^2)$. Učitel se rozhodl, že bude test známkovat podle následujících pravidel:

výborně, když $X > \mu + \sigma$,

chvalitebně, když $\mu < X \leq \mu + \sigma$,

dobře, když $\mu - \sigma < X \leq \mu$,

dostatečně, když $\mu - 2\sigma < X \leq \mu - \sigma$,

nedostatečně, když $X \leq \mu - 2\sigma$.

Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student ze skupiny zkoušených studentů bude ohodnocen známkou

a) výborně

b) chvalitebně

c) dobře

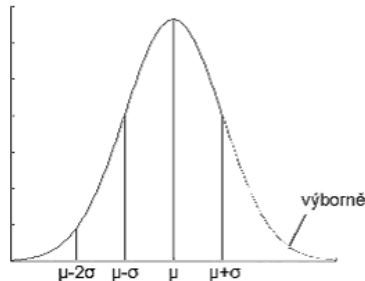
d) dostatečně

e) nedostatečně?

f) Rozložení počtu bodů s hranicemi pro jednotlivé známky znázorníte na obrázku.

Výsledek: a) 0,15866, b) 0,34134, c) 0,34134, d) 0,13591, e) 0,02275

f)



4. příklad: Dokázat platnost přepočtových vzorců pro kvantily u_α , $t_\alpha(n)$, $F_\alpha(n_1, n_2)$

5. příklad: Necht' X_1, X_2 jsou stochasticky nezávislé náhodné veličiny, $X_i \sim N(0, 1)$, $i = 1, 2$. Zjistěte, jaké rozložení má transformovaná náhodná veličina $Y = 3 + X_1 - 2X_2$, určete jeho parametry a najděte dolní kvartil náhodné veličiny Y .

Výsledek: $Y \sim N(3, 5)$, $K_{0,25}(Y) = 1,4918$

6. příklad: Hledání v tabulkách kvantilů (např. Sbíрка 10.1., 10.2., 10.3., 10.5.)

7. příklad:

Necht' X_1, X_2, X_3, X_4 jsou stochasticky nezávislé náhodné veličiny, $X_i \sim N(0, 1)$, $i = 1, 2, 3, 4$.

jaké rozložení má transformovaná náhodná veličina $X = \frac{X_1\sqrt{3}}{\sqrt{X_2^2 + X_3^2 + X_4^2}}$?

Výsledek: $X \sim t(3)$

8. příklad: Necht' náhodná veličina $X \sim F(n_1, n_2)$. Jaké rozložení má transformovaná náhodná veličina $Y = 1/X$?

Výsledek: $Y \sim F(n_2, n_1)$

9. příklad: Necht' náhodná veličina $X \sim t(n)$. Jaké rozložení má transformovaná náhodná veličina $Y = X^2$?

Výsledek: $Y \sim F(1, n)$

10. příklad: Automat na kávu je seřízen tak, že plní šálky po 250 ml kávy se směrodatnou odchylkou 18 ml. Předpokládáme, že množství kávy v šálku se řídí normálním rozložením.

- a) Kolik procent šálek bude obsahovat méně než 262 ml kávy?
- b) Kolik procent šálek bude obsahovat mezi 241 ml až 259 ml kávy?
- c) Kolik procent šálek bude obsahovat aspoň 253 ml kávy?

Výsledek: a) 74,9%, b) 38,3%, c) 43,3%