

Obecné vektorové prostory se skalárním součinem - ddú

1. Jsou následující matice ortogonální?

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[ano; ne - norma]

2. Určete čísla a, b tak, aby matice A byla ortogonální

$$A = \begin{pmatrix} 1/9 & a & 8/9 \\ 8/9 & b & 1/9 \\ -4/9 & 7/9 & 4/9 \end{pmatrix}$$

[a = -4/9, b = 4/9]

3. Pomocí Gram-Schmidtova ortogonalizačního procesu určete ortogonální bázi prostoru

$$V = \langle (1,2,1), (0,1,1), (2,-1,1) \rangle.$$

[(1,2,1), (-1/2,0,1/2), (4/3,-4/3,4/3)]

4. Pomocí Gram-Schmidtova ortogonalizačního procesu určete ortonormální bázi prostoru

$$V = \langle (1,1,1,1), (1,2,1,0), (1,1,2,3), (0,1,0,0) \rangle.$$

[1/2 (1,1,1,1), 1/√2 (0,1,0,-1), 1/√12 (-3,1,1,1), 1/√6 (0,1,-2,1)]

5. Určete projekci vektoru $u = (3,1)$ do prostoru $W = \langle (1,0) \rangle$.

[p = (3,0)]

6. Určete projekci vektoru $v = (1,-1,2,1)$ do prostoru $W = \langle (1,2,1,0), (-1,0,1,0), (1,-1,1,0) \rangle$.

[p = (1,-1,2,0)]

7. Najděte nějakou ortonormální bázi vektorového podprostoru V v \mathbb{R}^3 daného rovnicí $2x - 3y + z = 0$.

[např. 1/√5 (1,0,-2), 1/√70 (6,5,3)]