

# MB101\ 11 – IV. zápočtová písemka

skupina A

Na vypracování písemky máte 50 minut. Vždy si pořádně přečtete zadání příkladu! Svůj postup řádně komentujte. **Neopisujte!**

1. Pomocí Grammova–Schmidtova procesu nalezněte nějakou ortonormální bázi podprostoru

$$W = \text{Span}\langle(1, 0, 1, 0), (1, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 1)\rangle.$$

Pomocí nalezené báze pak vypočítejte kolmou projekci vektoru  $u = (1, 1, 1, -1)$  na podprostor  $W$ . (10 bodů)

2. Nalezněte vlastní čísla matice  $A$  a najděte nějaké báze příslušných vlastních prostorů. Ke každému vlastnímu číslu určete jeho algebraickou a geometrickou násobnost. Určete, zda je matice  $A$  podobná nějaké diagonální matici  $D$ , tj. zda existuje regulární matice  $P$  tak, že  $A = PDP^{-1}$ . Pokud ano, určete matice  $D$  a  $P$  (matici  $P^{-1}$  nemusíte počítat).

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

(10 bodů)

# MB101\ 11 – IV. zápočtová písemka

skupina B

Na vypracování písemky máte 50 minut. Vždy si pořádně přečtete zadání příkladu! Svůj postup řádně komentujte. **Neopisujte!**

1. Pomocí Grammova–Schmidtova procesu nalezněte nějakou ortonormální bázi podprostoru

$$W = \text{Span}\langle(1, -1, 1, 0), (-1, -1, 1, 0), (1, 1, 0, -1)\rangle.$$

Pomocí nalezené báze pak vypočítejte kolmou projekci vektoru  $u = (1, -1, 1, -1)$  na podprostor  $W$ . (10 bodů)

2. Nalezněte vlastní čísla matice  $A$  a najděte nějaké báze příslušných vlastních prostorů. Ke každému vlastnímu číslu určete jeho algebraickou a geometrickou násobnost. Určete, zda je matice  $A$  podobná nějaké diagonální matici  $D$ , tj. zda existuje regulární matice  $P$  tak, že  $A = PDP^{-1}$ . Pokud ano, určete matice  $D$  a  $P$  (matici  $P^{-1}$  nemusíte počítat).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

(10 bodů)