

Demo skúška z predmetu IV100 - Paralelní a distribuované výpočty
(7. 12. 2009)

1 Na prednáške bol popísaný algoritmus na riešenie problému dohody so stop-chybami (každý nezhavarovaný proces skončí, všetky nezhavarované procesy sa dohodnú, ak všetky procesy začínajú s rovnakou hodnotou, musia sa dohodnúť na nej), ktorý je odolný voči f výpadkom. Algoritmus pracoval tak, že každý proces v si udržiaval množinu W_v , na začiatku inicializovanú vstupnou hodnotou. Potom počas $f+1$ kôl posielal všetkým svoju hodnotu W_v a udržiaval si zjednotenie všetkých množín, ktoré videl. Na konci, ak mal jednoprvkovú množinu, rozhodol sa podľa nej, inak sa rozhodol na 0. Ukážte, že ak by počítal iba f kôl, nebol by korektný.

2 k -chordový kruh na n vrcholoch je graf $CR_k(n) = (\mathbb{Z}_n, E)$, pričom $(i, j) \in E \iff 0 < |i - j| \leq k$ (t.j. graf má n vrcholov rozmiestnených na kruhu, pričom každý vrchol "vidí" najbližších k susedov každým smerom). Uvažujme graf $CR_k(n)$ so zmyslom pre orientáciu ako pri úplnom grafe, t.j. každý vrchol v má svojich $2k$ susedných hrán označených číslami $\in \langle -k, k \rangle - \{0\}$, pričom hrana s číslom l vedie do vrchola $v \oplus l$ (kde \oplus je sčítanie modulo n). Nájdite algoritmus, ktorý zvolí šéfa na grafe $CR_k(n)$ s použitím $O\left(n + \frac{n}{k} \log \frac{n}{k}\right)$ správ.

3 Uvažujme nasledujúci synchronný algoritmus na úplnom grafe s n vrcholmi: na začiatku je jeden proces (iniciátor) aktívny. V každom kroku každý aktívny vrchol pošle správu všetkým svojim neaktívnym susedom. Zo všetkých správ v danom kroku sa najviac polovica môže stratiť. Vrcholy, ktoré dostanú aspoň jednu správu sa stanú aktívnymi. Ako najdlhšie môže trvať, kým sa všetky procesy stanú aktívnymi?

4 Uvažujme synchronnú sieť s topológiou hyperkocky Q_d s $n = 2^d$ vrcholmi. Predpokladajme, že v každom kroku sa v každom vrchole narodí s pravepodobnosťou p paket určený do náhodného vrchola. Nech $B(t)$ je očakávaná maximálna veľkosť buffra v niektorom vrchole po t krokoch. Dokážte, že ak $p > 2/n$, potom $B(t) \mapsto \infty$ pre ľubovoľný routovací algoritmus.

Demo skúška z predmetu IV100 - Paralelní a distribuované výpočty
(7. 12. 2009)

1 Na prednáške bol popísaný algoritmus na riešenie problému dohody so stop-chybami (každý nezhavarovaný proces skončí, všetky nezhavarované procesy sa dohodnú, ak všetky procesy začínajú s rovnakou hodnotou, musia sa dohodnúť na nej), ktorý je odolný voči f výpadkom. Algoritmus pracoval tak, že každý proces v si udržiaval množinu W_v , na začiatku inicializovanú vstupnou hodnotou. Potom počas $f+1$ kôl posielal všetkým svoju hodnotu W_v a udržiaval si zjednotenie všetkých množín, ktoré videl. Na konci, ak mal jednoprvkovú množinu, rozhodol sa podľa nej, inak sa rozhodol na 0. Ukážte, že ak by počítal iba f kôl, nebol by korektný.

2 k -chordový kruh na n vrcholoch je graf $CR_k(n) = (\mathbb{Z}_n, E)$, pričom $(i, j) \in E \iff 0 < |i - j| \leq k$ (t.j. graf má n vrcholov rozmiestnených na kruhu, pričom každý vrchol "vidí" najbližších k susedov každým smerom). Uvažujme graf $CR_k(n)$ so zmyslom pre orientáciu ako pri úplnom grafe, t.j. každý vrchol v má svojich $2k$ susedných hrán označených číslami $\in \langle -k, k \rangle - \{0\}$, pričom hrana s číslom l vedie do vrchola $v \oplus l$ (kde \oplus je sčítanie modulo n). Nájdite algoritmus, ktorý zvolí šéfa na grafe $CR_k(n)$ s použitím $O\left(n + \frac{n}{k} \log \frac{n}{k}\right)$ správ.

3 Uvažujme nasledujúci synchronný algoritmus na úplnom grafe s n vrcholmi: na začiatku je jeden proces (iniciátor) aktívny. V každom kroku každý aktívny vrchol pošle správu všetkým svojim neaktívnym susedom. Zo všetkých správ v danom kroku sa najviac polovica môže stratiť. Vrcholy, ktoré dostanú aspoň jednu správu sa stanú aktívnymi. Ako najdlhšie môže trvať, kým sa všetky procesy stanú aktívnymi?

4 Uvažujme synchronnú sieť s topológiou hyperkocky Q_d s $n = 2^d$ vrcholmi. Predpokladajme, že v každom kroku sa v každom vrchole narodí s pravepodobnosťou p paket určený do náhodného vrchola. Nech $B(t)$ je očakávaná maximálna veľkosť buffra v niektorom vrchole po t krokoch. Dokážte, že ak $p > 2/n$, potom $B(t) \mapsto \infty$ pre ľubovoľný routovací algoritmus.
