

Výsledky cvičení

1. VÝPOČET DETERMINANTU

1. (a) 19, (b) 36
2. (a) sudá, (b) lichá, (c) lichá, (d) lichá
3. (a) $x = 8, y = 3$, (b) $x = 2, y = 7$
4. (a) $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$, (b) $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$, (c) $(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$, (d) $(-1)^{\frac{n(3n-1)}{2}}$, (e) $(-1)^n$
5. (a) ano, (b) ne
6. $+a_{12}a_{34}a_{21}a_{43}, -a_{12}a_{34}a_{23}a_{41}$
7. $\det A = -11, \det B = 90, \det C = -4, \det D = -100, \det E = 5, \det F = -2 + 2i$
8. $\det A = -195, \det B = 18, \det C = -28, \det D = 30, \det E = 39, \det F = 6,$
 $\det G = -\frac{1}{6}, \det H = -2, \det I = 301, \det J = -153, \det K = 1932, \det L = -336,$
 $\det M = -7497, \det N = 10, \det O = 60, \det P = -21, \det Q = 78, \det R = 800$
9. $\det A = -105, \det B = -18$
10. $\det A = [a + (n-1)x](a-x)^{n-1}$, nejprve k prvnímu sloupci přičteme všechny ostatní,
a pak od všech řádků odečteme první
 $\det B = x^n + (-1)^{n+1}y^n$, uděláme rozvoj podle prvního sloupce
 $\det C = a_1a_2 \dots a_n(a_0 - \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} - \dots - \frac{1}{a_n})$, k prvnímu řádku přičteme $-\frac{1}{a_1}$ krát druhý
řádek, $-\frac{1}{a_2}$ krát třetí řádek, atd.
 $\det D = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$, uděláme rozvoj podle prvního sloupce
 $\det E = a_0x_1x_2 \dots x_n + a_1y_1x_2 \dots x_n + a_2y_1y_2 \dots x_n + \dots + a_ny_1y_2 \dots y_n$, uděláme
rozvoj podle prvního řádku
11. $\det A = -(a_2 + a_3 + \dots + a_n)$, od prvního řádku odečteme všechny ostatní
 $\det B = a!$, ke všem řádkům přičteme první
 $\det C = (2n+1)(-1)^{\frac{1}{2}n(n-1)}$, nejprve od všech řádků odečteme poslední řádek, a pak
k prvnímu sloupci přičteme všechny ostatní sloupce
 $\det D = 0$, k prvnímu řádku přičteme všechny řádky
 $\det E = (-1)^{n-1}n!$, od všech řádků odečteme poslední řádek
 $\det F = x_1(x_2 - a_{12})(x_3 - a_{23}) \dots (x_n - a_{n-1,n})$, začneme od posledního řádku a
od každého řádku odečteme předchozí
 $\det G = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}b_1b_2 \dots b_n$, od všech sloupců odečteme poslední sloupec

$\det H = (-1)^{n(n-1)} 2n$, začneme od posledního sloupce a od všech sloupců odečteme předchozí

$\det I = b_1 \dots b_n$, od všech řádků odečteme první

12. $\det A = 2 \det A_{n-1}$, pro $n \geq 2$, uděláme rozvoj podle posledního sloupce
 $\det B = 3 \det A_{n-1} - 2 \det A_n - 2$, pro $n \geq 3$, uděláme rozvoj podle prvního řádku, pak u druhé matice podle prvního sloupce
 $\det C = 3 \det A_{n-1} - 2 \det A_n - 2$, pro $n \geq 3$, uděláme rozvoj podle posledního řádku, pak u druhé matice podle posledního sloupce
 $\det D = 5 \det A_{n-1} - 6 \det A_{n-2}$, pro $n \geq 3$, uděláme rozvoj podle posledního řádku, pak u druhé matice podle posledního sloupce
 $\det E = 7 \det A_{n-1} - 10 \det A_{n-2}$, pro $n \geq 3$, uděláme rozvoj podle prvního řádku, pak u druhé matice podle prvního sloupce
 $\det F = (x+1) \det A_{n-1} - x \det A_{n-2}$, pro $n \geq 3$, uděláme rozvoj podle prvního řádku, pak u druhé matice podle prvního sloupce
 $\det G = (x^2 - y^2) \det A_{2(n-1)}$, pro $n \geq 2$, uděláme rozvoj podle prvního řádku, pak u první matice podle posledního sloupce a u druhé matice podle prvního sloupce
 $\det H = \det A_{n-1} - \det A_{n-2}$, pro $n \geq 3$, uděláme rozvoj podle prvního řádku, pak u druhé matice podle prvního sloupce
13. (a) 1, (b) $\frac{\pi}{2}(1+2k)$, $\frac{\pi}{3}(2+6k)$, $\frac{\pi}{3}(4+6k)$
14. $\det A = -144$, po vytknutí ze druhého řádku matice dostáváme determinat $V(-1, 1, 2, -2)$
 $\det B = 2880$, transponováním matice dostáváme determinant $V(2, 1, -2, 3, -1)$
 $\det C = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$, matici transponujeme a od každého sloupce, počínaje druhým sloupcem, postupně odečteme vždy předchozí sloupec
15. $\det A = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$

$$16. P_n(x) = \det \begin{pmatrix} x & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & x & -1 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n \end{pmatrix}$$

2. BILINEÁRNÍ A KVADRATICKÉ FORMY

$$1. A_f = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad h(A) = 4$$