

MB101\ 14 – III. zápočtová písemka

skupina C

Na vypracování písemky máte 50 minut. Vždy si pořádně přečtete zadání příkladu! Svůj postup řádně komentujte. **Neopisujte!**

1. Vypočtete determinant matice C:

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(7 bodů)

2. **Pomocí Kramerova pravidla** řešte následující soustavu lineárních rovnic:

$$\begin{aligned} 3x - 2y - 2z &= 1 \\ 4x - 4y - 3z &= 1 \\ -2x + y - 2z &= 1 \end{aligned}$$

(6 bodů)

3. Uvažme lineární zobrazení $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dané předpisem $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-3x_1 + x_2 + 2x_3, 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4, -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4)$.

- a) Napište matici zobrazení f ve standardních bazích a pomocí ní nalezněte nějakou bázi podprostorů $\text{Ker } f$ a $\text{Im } f$. (4 body)
- b) V prostoru \mathbb{R}^4 mějme bázi $\alpha = [(1, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (0, 1, 0, 1)]$, v prostoru \mathbb{R}^3 pak bázi $\beta = [(0, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)]$. Nalezněte $(f)_{\beta\alpha}$ – matici zobrazení f v bazích α a β . Pomocí ní vypočtete souřadnice vektoru $f(u)$ v bázi β , jestliže souřadnice vektoru u v bázi α jsou $(-1, 1, -2, 1)^T$. (5 bodů)
- c) V prostoru \mathbb{R}^4 dále uvažme bázi

$$\gamma = [(1, 0, 0, -1), (0, 1, 1, 1), (0, 1, 0, -1), (-1, 0, 0, 2)].$$

Nalezněte matici $(id)_{\gamma\alpha}$ – matici přechodu od báze α k bázi γ . (Kde α je báze popsaná výše.) (3 body)

MB101\ 14 – III. zápočtová písemka

skupina D

Na vypracování písemky máte 50 minut. Vždy si pořádně přečtete zadání příkladu! Svůj postup řádně komentujte. **Neopisujte!**

1. Vypočtete determinant matice D:

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(7 bodů)

2. Pomocí **Kramerova pravidla** řešte následující soustavu lineárních rovnic:

$$\begin{aligned} 3x - 2y - 2z &= 1 \\ 4x - 4y - 3z &= 1 \\ -2x + y - 2z &= 1 \end{aligned}$$

(6 bodů)

3. Uvažme lineární zobrazení $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dané předpisem $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-3x_1 + x_2 + 2x_3, 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4, -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4)$.

- a) Napište matici zobrazení f ve standardních bazích a pomocí ní nalezněte nějakou bázi podprostorů $\text{Ker } f$ a $\text{Im } f$. (4 body)
- b) V prostoru \mathbb{R}^4 mějme bázi $\alpha = [(1, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (0, 1, 0, 1)]$, v prostoru \mathbb{R}^3 pak bázi $\beta = [(0, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)]$. Nalezněte $(f)_{\beta\alpha}$ – matici zobrazení f v bazích α a β . Pomocí ní vypočtete souřadnice vektoru $f(u)$ v bázi β , jestliže souřadnice vektoru u v bázi α jsou $(-1, 1, -2, 1)^T$. (5 bodů)
- c) V prostoru \mathbb{R}^4 dále uvažme bázi

$$\gamma = [(1, 0, 0, -1), (0, 1, 1, 1), (0, 1, 0, -1), (-1, 0, 0, 2)].$$

Nalezněte matici $(id)_{\gamma\alpha}$ – matici přechodu od báze α k bázi γ . (Kde α je báze popsaná výše.) (3 body)