

- Petr a Martin chodí na přednášky z předmětu Matematika I. Petr přijde na přednášku s pravděpodobností 80%, Martin s pravděpodobností 60%. Tento týden přišel pouze jeden z nich. S jakou pravděpodobností to byl Petr?
- Špejli dlouhou 20 cm náhodně rozložíme na tři části. Jaká je pravděpodobnost, že z těchto tří částí půjde sestavit trojúhelník?
- Jsou dány množiny $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3,4\}$ a $C = \{x,y,z\}$ relace R a S. Určete R^{-1} o S^{-1} .
 $R = \{[a,1], [a,2], [b,3], [c,2], [c,3], [d,3], [d,4]\}$
 $S = \{[1,y], [1,z], [2,y], [3,x], [3,z], [4,x], [4,z]\}$
- Pomocí množin $A = \{1,2,3,4\}$ a $B = \{a,b,c,d,e\}$ udejte příklad zobrazení množiny na množinu (či do množiny), které je injektivní a není surjektivní.
- Je dána relace R na množině Z taková, že $[x,y] \in R \Leftrightarrow y \geq x$. Rozhodněte, zda je tato relace reflexivní, symetrická, antisymetrická, tranzitivní.
- Je dána množina $M = \{6,7,8, \dots, 17,18\}$ a relace R taková, že $[x,y] \in R \Leftrightarrow x, y$ dávají po dělení číslem 3 stejný zbytek. Rozhodněte, zda se jedná o ekvivalenci. Pokud ano, určete rozklad množiny M podle této ekvivalence.

Řešení:

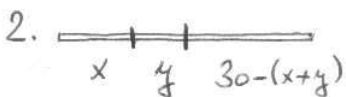
1. A... Petr přišel
B... přišel pouze jeden

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B) = 0,8 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,6 = 0,32 + 0,12 = 0,44$$

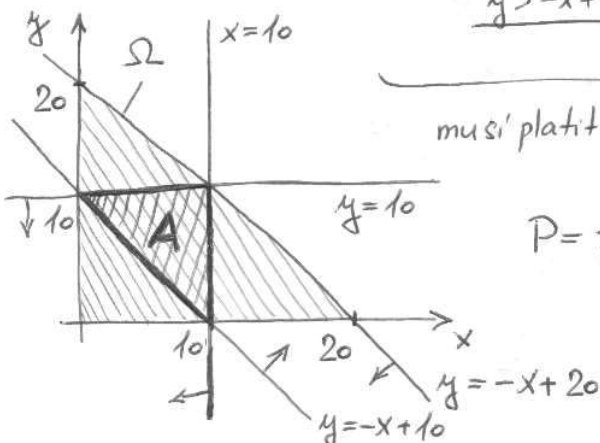
$$P(A \cap B) = 0,8 \cdot 0,4 = 0,32$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,32}{0,44} = \frac{32}{44} = \frac{8}{11} (= 72,7\%)$$



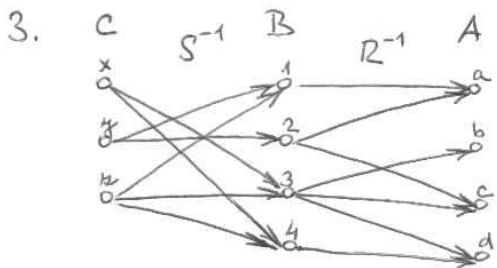
všechny možnosti: $x+y < 20$ ($y < -x+20$)

vyhovující možnosti: ① $x+y > 20 - (x+y)$ ② $x+20-(x+y) > y$ ③ $y+20-(x+y) > x$
 (Trojúhelníková nerovnost) $2(x+y) > 20$ $20-y > y$ $20-x > x$
 $x+y > 10$ $20 > 2y$ $20 > 2x$
 $y > -x+10$ $y < 10$ $x < 10$



musí platit všechny 3 podmínky zároveň \rightarrow průnik oblastí v grafu

$$P = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\frac{10 \cdot 10}{2}}{\frac{20 \cdot 20}{2}} = \frac{10 \cdot 10}{20 \cdot 20} = \frac{100}{400} = \frac{1}{4} (= 25\%)$$

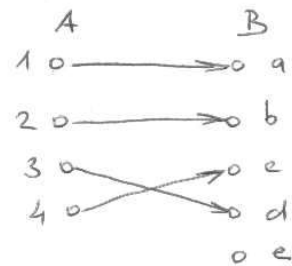


$$R^{-1} \circ S^{-1} = \{[x, b], [x, c], [x, d], [y, a], [y, c], [z, a], [z, b], [z, c], [z, d]\}$$

4. Zobrazení množiny \Rightarrow každý prvek se musí zobrazit (z každého musí vést šipka), protože se jedná o zobrazení množiny, nikoli zobrazení z množiny

je injektivní \Rightarrow do každého prvku musí vést nejvýše 1 šipka

není surjektivní \Rightarrow musí \exists prvek, do kterého nevede nic



5. $[x, y] \in R \Leftrightarrow y \geq x$ na mn. \mathbb{Z}

R: ano $[x, x] \in R \forall x \in \mathbb{Z}$, neboť $x \geq x \forall x \in \mathbb{Z}$

S: ne, protože napr. $[2, 3] \in R \wedge [3, 2] \notin R$

A: ano, $[x, y] \in R \wedge [y, x] \in R \Rightarrow y \geq x \wedge x \geq y \Rightarrow x = y$

T: ano, $[x, y] \in R \wedge [y, z] \in R \Rightarrow y \geq x \wedge z \geq y \Rightarrow z \geq x \Rightarrow [x, z] \in R$

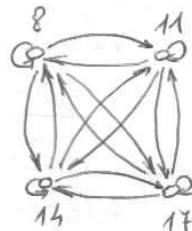
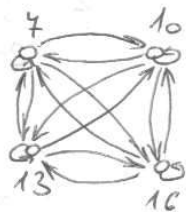
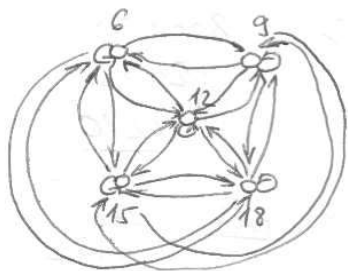
6. $[x, y] \in R \Leftrightarrow x, y$ dávají stejný zbytek po dělení číslem 3

R: ano (zřejmé) - číslo x dává stejný zbytek po dělení jako x !!

S: ano (zřejmé) - nezáleží na pořadí

T: ano (zřejmé) - x, y stejný zbytek a y, z stejný zbytek, tak také x, z stejný zbytek

\Rightarrow ano, jedná se o ekvivalenci



$$M/R = \{ \{6, 9, 12, 15, 18\}, \{7, 10, 13, 16\}, \{8, 11, 14, 17\} \}$$

po dělení třemi zbytek 0 po dělení třemi zbytek 1 po dělení třemi zbytek 2