

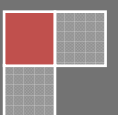
2007

Malice

Sbírka Úloh

- Sčítání a odčítání matic
- Násobení matic
- Inverzní matice
- Řešení soustavy rovnic pomocí matic
- Determinant a řešení rovnic s jeho pomocí

Matyáš Richter a spol.
3.A
6.5.2007



Sčítání a odčítání matic

Příklad 1.:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 7 & 9 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+4 & 2+7 & 3+9 \\ 4+2 & 5+3 & 6+0 \\ 7+0 & 8+5 & 9+1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 5 & 9 & 12 \\ 6 & 8 & 6 \\ 7 & 13 & 10 \end{pmatrix}}}$$

Vytvořte součet daných matic:

1.1/

a. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 7 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 7 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 11 & 9 & 4 \\ 3 & 7 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 10 \\ 9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 8 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -7 & 5 & 8 \\ 3 & 8 & -5 \end{pmatrix}$

f. $\begin{pmatrix} 8 & 10 \\ 15 & 24 \\ 10 & 14 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 11 & 8 \\ 4 & -13 \\ 1 & 10 \end{pmatrix}$

g. $\begin{pmatrix} 13 & 2 & 5 \\ 8 & 4 & 0 \\ 1 & 11 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 & 1 & 7 \\ 5 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

h. $\begin{pmatrix} 55 & 18 \\ 24 & 36 \\ 15 & 49 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -7 & 6 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$

i. $\begin{pmatrix} 18 & 15 & 4 \\ 3 & 9 & 6 \\ 14 & 0 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 8 & 6 \\ 1 & 4 & 9 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$

j. $\begin{pmatrix} 15 & 13 & 24 & 8 \\ 8 & 35 & 12 & 10 \\ 29 & 14 & 10 & 6 \\ 4 & 0 & 12 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 7 & 18 & 3 \\ 18 & -9 & 23 & 6 \\ 0 & 13 & 8 & 15 \\ 32 & -5 & 7 & 4 \end{pmatrix}$

1.2/

a. $\begin{pmatrix} 15 & 0 & 6 \\ 20 & 8 & 4 \\ 9 & 13 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 12 & 6 & 1 \\ 9 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 11 & 25 \\ 42 & 15 \\ 13 & 36 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 19 \\ 35 & 8 \\ 7 & 24 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 18 & 23 & 7 \\ 4 & 15 & 5 \\ 13 & 8 & 9 \\ 19 & 42 & 36 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 & 15 & 8 \\ 0 & 7 & 6 \\ 6 & 7 & 10 \\ 10 & 13 & 1 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 12 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 4 \\ 10 & 0 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 1 & 8 \\ 7 & 6 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 1 \\ 13 & 1 & 10 & 5 \\ 8 & 9 & 4 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & 5 \\ 6 & 2 & 8 & 3 \\ 5 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

f. $\begin{pmatrix} 25 & 37 \\ 14 & 26 \\ 31 & 19 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 18 & 24 \\ 8 & 13 \\ 11 & 9 \end{pmatrix}$

$$g. \begin{pmatrix} 15 & 13 \\ 11 & 26 \\ 21 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 11 & 6 \\ 8 & 3 \\ 15 & 4 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$h. \begin{pmatrix} 11 & 3 & 28 \\ 9 & 10 & 4 \\ 15 & 0 & 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 & 1 & 15 \\ 8 & 0 & -3 \\ 7 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$i. \begin{pmatrix} 18 & 1 & 4 \\ 7 & 11 & 10 \\ 15 & 8 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 9 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$j. \begin{pmatrix} 0 & 5 & 6 & 8 \\ 4 & 1 & 7 & 5 \\ 9 & 10 & 4 & 0 \\ 12 & 8 & 9 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 & 6 \\ 3 & 2 & 6 & 4 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ 10 & 9 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

Násobení matic

Příklad 2.:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 8 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 1] & [1 \cdot 5 + 0 \cdot 8 + 2 \cdot 0] \\ [-1 \cdot 3 + 3 \cdot 2 - 4 \cdot 1] & [-1 \cdot 5 + 3 \cdot 8 - 4 \cdot 0] \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} [3 + 0 + 2] & [5 + 0 + 0] \\ [-3 + 6 - 4] & [-5 + 24 - 0] \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 1 & 19 \end{pmatrix}}}$$

Vynásobte dané matice:

$$2.1. \begin{pmatrix} 3 & -5 & 7 \\ -2 & 9 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$2.2. \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -5 & 7 \\ -2 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2.3. \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$2.4. \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$2.5. \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2.6. \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$$

$$2.7. \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2.8. \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -3 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2.9. \begin{pmatrix} -5 & -4 & -1 \\ -3 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & -5 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2.10. \begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 3 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2.11. \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2.12. \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 0 & -5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$2.13. \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2.14. \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & -4 & -5 \\ 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$2.15. \begin{pmatrix} 8 & -8 & 6 \\ 0 & -6 & 0 \\ -2 & 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 7 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2.16. \begin{pmatrix} -4 & 4 & -2 \\ 2 & 4 & -3 \\ -3 & 3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2.19. \begin{pmatrix} -5 & 3 & 0 \\ 4 & -5 & 3 \\ -5 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2.17. \begin{pmatrix} -4 & -3 & 4 \\ 4 & -5 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & -4 & -4 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2.20. \begin{pmatrix} 0 & -5 & -1 \\ 0 & 4 & -2 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -3 & 3 \\ -1 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2.18. \begin{pmatrix} -5 & -3 & 3 \\ -2 & 0 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 & -5 \\ 0 & -3 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$2.21. \begin{pmatrix} 5 & 8 & 7 & 3 \\ 4 & 9 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 3 & 8 & 0 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 8 & -4 & 2 \\ -4 & -6 & 7 & 2 \\ -7 & 1 & 5 & -3 \\ 7 & 6 & -8 & 7 \end{pmatrix}$$

Inverzní matice

Příklad 3.:

$$\begin{array}{l} \check{r}1: \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} [\check{r}1 - \check{r}3 \rightarrow \check{r}1] \\ [\check{r}2 - \check{r}2] \\ [\check{r}3 - \check{r}2 \rightarrow \check{r}3] \end{array} = \check{r}1: \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} [\check{r}1 \rightarrow \check{r}1] \\ [\check{r}2 - \check{r}1 \rightarrow \check{r}2] \\ [\check{r}3 - \check{r}1 \rightarrow \check{r}3] \end{array} \\ = \check{r}1: \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & -1 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} [\check{r}1 \rightarrow \check{r}2] \\ [\check{r}2 \rightarrow \check{r}1] \\ [\check{r}3 \rightarrow \check{r}3] \end{array} \\ = \check{r}1: \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & -1 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} [\check{r}1 \rightarrow \check{r}1] \\ [\check{r}2 \rightarrow \check{r}2] \\ [\frac{\check{r}3}{2} \rightarrow \check{r}3] \end{array} \\ = \check{r}1: \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} [\check{r}1 \rightarrow \check{r}1] \\ [\check{r}2 - \check{r}3 \rightarrow \check{r}2] \\ [\check{r}3 \rightarrow \check{r}3] \end{array} \\ = \check{r}1: \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{array} \right) \end{array}$$

Utvořte inverzní matice:

$$3.1.1.: \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3.1.4.: \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3.1.6.: \begin{pmatrix} 8 & 1 & 2 \\ 7 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3.1.2.: \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$3.1.5.: \begin{pmatrix} 12 & 14 \\ 16 & 18 \end{pmatrix}$$

$$3.1.7.: \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3.1.3.: \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.1.8.: \begin{pmatrix} 8 & 4 & 4 \\ 4 & 8 & 4 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3.1.9.: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3.1.10.: \begin{pmatrix} 1 & 6 & 5 \\ 6 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3.1.11.: * \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 11 & 12 & 13 & 4 \\ 10 & 15 & 14 & 5 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

$$3.1.12.: \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.1.13.: \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3.1.14.: * \begin{pmatrix} 1 & 6 & 7 & 5 \\ 6 & 9 & 0 & 3 \\ 6 & 2 & 8 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.1.15.: \begin{pmatrix} 5 & 1 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 5 & 3 & 5 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3.1.16.: * \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 0 & 5 \\ 2 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3.2.1.: \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3.2.2.: \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.2.3.: \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.2.4.: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3.2.5.: \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$3.2.6.: \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3.2.7.: \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$3.2.8.: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3.2.9.: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 8 & 2 & 1 \\ 9 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Řešení soustavy rovnic pomocí matic

Příklad 4.:

$$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= 15 \\ x - 7y + z &= 9 \\ x - y + z &= 9 \end{aligned} \rightarrow \begin{pmatrix} 2x & 1y & 3z & | & 15 \\ 1x & -7y & 1z & | & 9 \\ 1x & -1y & 1z & | & 9 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & | & 15 \\ 1 & -7 & 1 & | & 9 \\ 1 & -1 & 1 & | & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -7 & 1 & | & 9 \\ 1 & -1 & 1 & | & 9 \\ 2 & 1 & 3 & | & 15 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -7 & 1 & | & 9 \\ 0 & 6 & 0 & | & 0 \\ 0 & 15 & 1 & | & -3 \end{pmatrix} \sim \underline{\underline{\begin{pmatrix} 1 & -7 & 1 & | & 9 \\ 0 & 6 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 2 & | & -6 \end{pmatrix}}}$$

$$\begin{aligned} 2z &= -6 & 6y + 0 &= 0 & x - 7 \cdot 0 - 3 &= 9 \\ \underline{\underline{z}} &= \underline{\underline{-3}} & \underline{\underline{y}} &= \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{12}} \end{aligned}$$

Vypočtěte neznámé ze soustav rovnic pomocí matic:

$$4.1.: \begin{aligned} 2x - y &= 8 \\ 3x + 3y &= 30 \end{aligned}$$

$$4.2.: \begin{aligned} x - 4y + 2 &= 16 \\ 3x + 2y - 3z &= -10 \\ 5x + 7y + 2 &= 6 \end{aligned}$$

$$4.3.: \begin{aligned} 5x - 2y + z &= 6 \\ x + y - 3z &= 9 \\ 3x + 2y + z &= 1 \end{aligned}$$

$$4.4.: \begin{aligned} 2x + 2y + 5z &= 10 \\ x + 8y + 2z &= -3 \\ 4x - y - 3z &= 5 \end{aligned}$$

$$4.5.: \begin{aligned} 2x + y - 3z &= 4 \\ x + y - z &= 1 \\ -3x + 2y + z &= 2 \end{aligned}$$

$$4.6.: \begin{aligned} 3x + 4y + 6z &= 12 \\ x + 9y - 3z &= 7 \\ 2x - 7y - 2z &= 8 \end{aligned}$$

$$4.7.: \begin{aligned} 2x - 6y - 3z &= 12 \\ 2x - 7y + z &= 9 \\ 4x + 5y - 2z &= 10 \end{aligned}$$

$$4.8.: \begin{aligned} 6x + 2y - 8z &= 5 \\ 5x - y + 3z &= 8 \\ 2x - 3y + z &= 10 \end{aligned}$$

$$4.9.: \begin{aligned} 3x + 2y + z &= 10 \\ 5x - 3y - 4z &= -13 \\ 6x - 2y + 7z &= 23 \end{aligned}$$

$$4.10.: \begin{aligned} 2x - 7y + 4z &= 19 \\ 3x - 5y - 2z &= 2 \\ 5x - 6y - z &= 10 \end{aligned}$$

$$4.11.: \begin{aligned} 3x + 2y + 3z &= -6 \\ x + y + z &= 0 \\ 5x + y - 10z &= 6 \end{aligned}$$

$$4.12.: \begin{aligned} -4x + 12y - 3z &= 0 \\ 6x - 8y + 9z &= 4 \\ 2x + 4y + 3z &= 3 \end{aligned}$$

$$4.13.: \begin{aligned} 2x + 2y + z &= 17 \\ x + 3y + z &= 2 \\ 3x + 2y - 2z &= 6 \end{aligned}$$

$$4.14.: \begin{aligned} 3x + 2y + 6z &= -4 \\ -2x - 1y - 2z &= 6 \\ 4x - y + 3z &= 9 \end{aligned}$$

$$4.15.: \begin{aligned} 2x + 2y - z &= 3 \\ 3x + 3y - 2z &= 1 \\ x - y - 2z &= -1 \end{aligned}$$

$$4.16.: \begin{aligned} x + 3y + 2z - q &= -13 \\ 3x - y + z + 2q &= 11 \\ 2x - 3y - z + q &= 19 \\ 3x + 6y + 9z - 3q &= -29 \end{aligned}$$

$$4.17.: \begin{aligned} 3m + n - o + p &= 0 \\ m - n + 3o + 2p &= 0 \\ 5m + 2n + o - p &= 0 \\ 3m + n + 5o + p &= 0 \end{aligned}$$

$$4.18.: \begin{aligned} 2x - 3y - 3z &= 2 - 3q \\ -5x + 2z + 2 &= 5y + 2q \\ 6y - 4q &= x - 4z \\ 3y - 5z - 3 &= -4x + 8q \end{aligned}$$

$$4.19.: \begin{aligned} 2m - 4n - 3o + p &= 20 \\ 3m + 2n + o - 5p &= 8 \\ m + 3n - o + 3p &= -6 \\ 4m - 2n + 4o + 4p &= 48 \end{aligned}$$

Determinant a řešení rovnic s jeho pomocí

Příklad 5.1.:

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Determinant matice vypočteme tak, že mezi sebou vynásobíme} \\ \text{hodnoty z první úhlopříčky (} a_{11}, a_{22} \text{) a odečteme je} \\ \text{od vynásobených} \\ \text{hodnot z druhé úhlopříčky (} a_{12}, a_{21} \text{)} \end{array} \right\} =$$
$$a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21} = 2 \cdot 1 - 5 \cdot (-2) = \underline{\underline{12}}$$

Vypočtete determinant:

$$5.1.1. \quad \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$5.1.3. \quad \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$5.1.5. \quad \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$5.1.2. \quad \begin{vmatrix} 8 & 9 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$5.1.4. \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

Příklad 5.2.:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 3 \\ -3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$
$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{podobně jako u matic 2. stupně vynásobíme hodnoty v úhlopříčce a vynásobené hodnoty} \\ \text{ve stejných úhlopříčkách mezi sebou sečteme, tedy } a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} \\ \text{od těchto sečtených hodnot odečteme vynásobené hodnoty} \\ \text{z druhé úhlopříčky - } a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} \end{array} \right\}$$
$$= a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33}$$
$$= 1 \cdot (-1) \cdot (-2) + 3 \cdot 3 \cdot (-3) + 4 \cdot 2 \cdot (-2) - (-2) \cdot (-1) \cdot (-3) - 3 \cdot 2 \cdot 1 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)$$
$$= 2 - 27 - 16 + 6 - 6 + 24 = \underline{\underline{-17}}$$

Vypočtete determinant matice třetího stupně:

$$5.2.1. \quad \begin{vmatrix} 2 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \\ 4 & 8 & -4 \end{vmatrix}$$

$$5.2.3. \quad \begin{vmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 2 & -4 & -1 \\ -4 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$5.2.5. \quad \begin{vmatrix} 6 & -4 & 2 \\ 2 & 3 & -3 \\ -8 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$5.2.2. \quad \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -5 & -2 & 1 \\ -1 & 7 & 2 \end{vmatrix}$$

$$5.2.4. \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Užití determinantů k výpočtu soustav rovnic

K výpočtům kořenů rovnic využijeme Cramerovo pravidlo:

Soustava n rovnic o n neznámých, jejíž determinant soustavy $D \neq 0$, má právě jedno řešení.

Toto řešení lze psát ve tvaru : $X_i = \frac{D_i}{D}$, kde D_i je determinant, který vznikne náhradou

i- tého sloupce sloupcem pravých stran

Příklad 5.3.:

$$\begin{aligned}x + y + 3z &= 7 \\x - 3y + 2z &= 5 \\x + y + z &= 3\end{aligned}$$

1) vypočteme determinant D matice z pravé strany rovnice

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad D = 1 \cdot (-3) \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 3 \cdot (-3) - 2 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 1 = -3 + 2 + 3 + 9 - 2 - 1 = \underline{8}$$

2) nahradíme 1. sloupec (x - ový) sloupcem hodnot pravé strany rovnice

$$\begin{vmatrix} 7 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad D_x = 7 \cdot (-3) \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 5 \cdot 3 \cdot 1 - 3 \cdot (-3) \cdot 3 - 2 \cdot 1 \cdot 7 - 5 \cdot 1 \cdot 1 = -21 + 6 + 15 + 27 - 14 - 5 = \underline{8}$$

3) nahradíme 2. sloupec (y - ový) sloupcem pravých stran rovnice

$$\begin{vmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad D_y = 1 \cdot 5 \cdot 1 + 3 \cdot 3 \cdot 1 + 7 \cdot 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 \cdot 5 - 3 \cdot 2 \cdot 1 - 7 \cdot 1 \cdot 1 = 5 + 9 + 14 - 15 - 6 - 7 = \underline{0}$$

4) nahradíme 3. sloupec (z - ový) sloupcem pravých stran rovnice

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 1 & -3 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} \quad D_z = 1 \cdot (-3) \cdot 3 + 1 \cdot 5 \cdot 1 + 7 \cdot 1 \cdot 1 - 7 \cdot (-3) \cdot 1 - 5 \cdot 1 \cdot 1 - 3 \cdot 1 \cdot 1 = -9 + 5 + 7 + 21 - 5 - 3 = \underline{16}$$

5) Dle Cramerova pravidla vypočteme neznámé x, y, z

$$D = 8$$

$$D_x = 8 \quad x = \frac{D_x}{D} = \frac{8}{8} = 1, \quad x = 1$$

$$D_y = 0 \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{0}{8} = 0, \quad y = 0$$

$$D_z = 16 \quad z = \frac{D_z}{D} = \frac{16}{8} = 2, z = 2$$

Závěr : Rovnice má kořeny $x = 1, y = 0, z = 2$

Vypočtěte neznámé členy pomocí determinantů:

$$5.3.1. \quad \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + y - z = 1 \\ 4x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$5.3.3. \quad \begin{cases} x - y - z = 5 \\ -x + y - z = 1 \\ -x - y + z = -15 \end{cases}$$

$$5.3.2. \quad \begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 3x + 2z = 13 \\ 3y + 4z = 29 \end{cases}$$

$$5.3.4. \quad \begin{cases} 2x - 3y + 4z = 5 \\ 3x + 4y - 2z = 0 \\ -4x + 2y + 3z = 8 \end{cases}$$

Výsledky

$$1.1.a. \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$1.1.e. \quad \begin{pmatrix} 10 & 8 & 9 \\ -2 & 8 & 9 \\ 1 & 11 & 0 \end{pmatrix}$$

$$1.1.i. \quad \begin{pmatrix} 20 & 23 & 10 \\ 4 & 13 & 15 \\ 14 & 3 & 12 \end{pmatrix}$$

$$1.1.b. \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 8 & 5 & 0 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$1.1.f. \quad \begin{pmatrix} 19 & 18 \\ 19 & 11 \\ 11 & 24 \end{pmatrix}$$

$$1.1.j. \quad \begin{pmatrix} 25 & 20 & 42 & 11 \\ 26 & 26 & 35 & 16 \\ 29 & 27 & 18 & 21 \\ 36 & -5 & 19 & 13 \end{pmatrix}$$

$$1.1.c. \quad \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$1.1.g. \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 12 \\ 13 & 12 & 3 \\ -1 & 15 & 14 \end{pmatrix}$$

$$1.1.d. \quad \begin{pmatrix} 7 & 10 & 15 \\ 11 & 10 & 14 \\ 12 & 10 & 8 \end{pmatrix}$$

$$1.1.h. \quad \begin{pmatrix} 59 & 18 \\ 17 & 42 \\ 24 & 52 \end{pmatrix}$$

$$1.2.a. \quad \begin{pmatrix} 10 & -3 & -1 \\ 8 & 2 & 3 \\ 0 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$1.2.e. \quad \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & -4 \\ 7 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$1.2.i. \quad \begin{pmatrix} 12 & 1 & 2 \\ -1 & 6 & 1 \\ 4 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

$$1.2.b. \quad \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 7 & 7 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}$$

$$1.2.f. \quad \begin{pmatrix} 7 & 13 \\ 6 & 13 \\ 20 & 10 \end{pmatrix}$$

$$1.2.j. \quad \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 8 & 10 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$1.2.c. \quad \begin{pmatrix} 9 & 8 & -1 \\ 4 & 8 & -1 \\ 7 & 1 & -1 \\ 9 & 29 & 35 \end{pmatrix}$$

$$1.2.g. \quad \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 13 \\ 6 & 6 \\ 14 & 4 \end{pmatrix}$$

$$1.2.d. \quad \begin{pmatrix} 7 & 3 & -2 \\ 1 & 4 & 4 \\ 7 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$1.2.h. \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 & 13 \\ 1 & 10 & 7 \\ 8 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$2.1. \quad \begin{pmatrix} 53 & 29 \\ -9 & 64 \end{pmatrix}$$

$$2.4. \quad \begin{pmatrix} 10 & 4 & -6 \\ -5 & -2 & 3 \\ 20 & 8 & -12 \end{pmatrix}$$

$$2.6. \quad \begin{pmatrix} -12 & -11 \\ -8 & -16 \end{pmatrix}$$

$$2.2. \quad \begin{pmatrix} 3 & -5 & 7 \\ -17 & 51 & -5 \\ 1 & 38 & 63 \end{pmatrix}$$

$$2.5. \quad \begin{pmatrix} 8 & 20 \\ 6 & 12 \\ 12 & 15 \end{pmatrix}$$

$$2.7. \quad \begin{pmatrix} 12 & 13 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$$

$$2.3. \quad (4)$$

$$2.8. \quad \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 16 & -20 \end{pmatrix}$$

$$2.9. \begin{pmatrix} 20 & 4 \\ 19 & -6 \end{pmatrix}$$

$$2.10. \begin{pmatrix} -5 & 15 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2.11. \begin{pmatrix} 2 & -10 \\ 5 & -9 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$$

$$2.12. \begin{pmatrix} -3 & -26 \\ -20 & -15 \\ -10 & -17 \end{pmatrix}$$

$$2.13. \begin{pmatrix} 2 & -13 & -1 \\ -4 & 12 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2.14. \begin{pmatrix} 21 & -8 & 53 \\ 52 & -32 & -12 \end{pmatrix}$$

$$2.15. \begin{pmatrix} 4 & 78 \\ -42 & 30 \\ 23 & -16 \end{pmatrix}$$

$$2.16. \begin{pmatrix} 24 & -6 \\ 20 & -11 \\ -21 & -3 \end{pmatrix}$$

$$2.17. \begin{pmatrix} -30 & 16 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2.18. \begin{pmatrix} -17 & 5 & 40 \\ -12 & -12 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2.19. \begin{pmatrix} -12 & 11 & -20 \\ -2 & -17 & -10 \\ -12 & 6 & -18 \end{pmatrix}$$

$$2.20. \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -12 & -10 & -4 \\ 0 & -5 & 14 \end{pmatrix}$$

$$2.21. \begin{pmatrix} -40 & 17 & 47 & 26 \\ -27 & -21 & 53 & 23 \\ 2 & 26 & -1 & 44 \\ 36 & 24 & -20 & 78 \end{pmatrix}$$

$$3.1.1.: \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.1.2.: \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ 3 & -19 \end{pmatrix}$$

$$3.1.3.: \begin{pmatrix} -\frac{1}{9} & \frac{3}{20} \\ \frac{1}{9} & -\frac{1}{20} \end{pmatrix}$$

$$3.1.4.: \begin{pmatrix} -\frac{1}{12} & \frac{7}{36} \\ \frac{1}{6} & -\frac{1}{18} \end{pmatrix}$$

$$3.1.5.: \begin{pmatrix} -9 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$3.1.6.: \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{20} \\ \frac{1}{6} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ -\frac{7}{12} & \frac{17}{30} & \frac{7}{60} \end{pmatrix}$$

$$3.1.7.: \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$3.1.8.: \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$3.1.9.: \begin{pmatrix} -\frac{17}{36} & -\frac{1}{6} & \frac{13}{36} \\ \frac{5}{36} & \frac{1}{6} & -\frac{7}{36} \\ \frac{13}{36} & -\frac{1}{6} & \frac{7}{36} \end{pmatrix}$$

$$3.1.10.: \begin{pmatrix} -\frac{5}{36} & \frac{1}{36} & \frac{7}{36} \\ \frac{1}{36} & -\frac{11}{36} & \frac{13}{36} \\ \frac{7}{36} & \frac{13}{36} & -\frac{17}{36} \end{pmatrix}$$

$$3.1.11.: \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{6} & \frac{2}{9} \\ -\frac{1}{6} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{6} & \frac{2}{9} \\ \frac{5}{9} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{9} \\ \frac{13}{9} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{11}{9} \end{pmatrix}$$

$$3.1.12.: \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3.1.13.: \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$3.1.14.: \begin{pmatrix} \frac{1}{111} & \frac{16}{111} & \frac{17}{111} & -\frac{43}{111} \\ -\frac{3}{37} & -\frac{4}{111} & -\frac{9}{74} & \frac{19}{37} \\ \frac{1}{37} & -\frac{11}{111} & \frac{3}{74} & \frac{6}{37} \\ \frac{29}{111} & \frac{17}{111} & \frac{13}{222} & -\frac{85}{111} \end{pmatrix}$$

$$3.1.15.: \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{2}{2} & \frac{2}{2} \\ -1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

$$3.1.16.: \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{24} & \frac{5}{24} & -\frac{13}{24} & \frac{5}{6} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{24} & -\frac{7}{24} & \frac{11}{24} & -\frac{1}{12} \\ \frac{7}{24} & -\frac{5}{24} & -\frac{1}{24} & \frac{17}{24} & -\frac{5}{12} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{5}{6} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$3.2.1.: \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$3.2.2.: \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.2.3.: \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3.2.4.: \begin{pmatrix} 2 & 6 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.2.5.: \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$3.2.6.: \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3.2.7.: \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$3.2.8.: \begin{pmatrix} 4 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3.2.9.: \begin{pmatrix} -\frac{1}{20} & -\frac{3}{10} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{20} & -\frac{2}{25} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{9}{100} & \frac{3}{50} & -\frac{2}{5} & -\frac{11}{20} \\ \frac{9}{25} & -\frac{32}{25} & \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

$$4.1.: \quad x = 6, y = 4$$

$$4.2.: \quad x = 3, y = -2, z = 5$$

$$4.3.: \quad x = \frac{83}{84}; \quad y = -\frac{13}{27}; \quad z = -\frac{143}{84}$$

$$4.4.: \quad x = \frac{403}{187}; \quad y = -\frac{193}{187}; \quad z = \frac{290}{187}$$

$$4.5.: \quad x = -\frac{1}{3}; \quad y = -\frac{1}{3}; \quad z = -\frac{5}{3}$$

$$4.6.: \quad x = \frac{2206}{283}; \quad y = -\frac{54}{283}; \quad z = -\frac{87}{283}$$

$$4.7.: \quad x = \frac{45}{16}; \quad y = -\frac{11}{18}; \quad z = -\frac{65}{72}$$

$$4.8.: \quad x = -\frac{147}{22}; \quad y = -\frac{116}{11}; \quad z = -\frac{91}{11}$$

$$4.9.: \quad x = 1; \quad y = 2; \quad z = 3$$

$$4.10.: \quad x = 5; \quad y = 1; \quad z = 4$$

$$5.1.1. \quad D = 0$$

$$5.1.2. \quad D = -33$$

$$5.1.3. \quad D = -7$$

$$5.1.4. \quad D = 7$$

$$5.1.5. \quad D = 11$$

$$5.2.1.: \quad D = 0$$

$$5.2.2.: \quad D = -86$$

$$5.2.3.: \quad D = -5$$

$$5.2.4.: \quad D = 1$$

$$5.2.5.: \quad D = 22$$

$$4.11.: \quad x = -4; \quad y = 6; \quad z = -2$$

$$4.12.: \quad x = \frac{1}{2}; \quad y = \frac{1}{4}; \quad z = \frac{1}{3}$$

$$4.13.: \quad x = 10; \quad y = -5; \quad z = 7$$

$$4.14.: \quad x = -2; \quad y = -8; \quad z = 3$$

$$4.15.: \quad x = 9; \quad y = -4; \quad z = 7$$

$$4.16.: \quad x = p + 2; \quad y = 2p - 5; \quad z = -3p; \quad q = p$$

$$4.17.: \quad m = \frac{8}{7}; \quad n = \frac{20}{7}; \quad o = \frac{9}{14}; \quad p = t$$

$$4.18.: \quad x = 4; \quad y = -2; \quad z = 3; \quad q = -1$$

$$4.19.: \quad m = 6; \quad n = -4; \quad o = 3; \quad p = 1$$

$$5.3.1. \quad X=1; \quad y=1; \quad z=2$$

$$5.3.2. \quad X=1; \quad y=3; \quad z=5$$

$$5.3.3. \quad X=7; \quad y=5; \quad z=-3$$

$$5.3.4. \quad X=0; \quad y=1; \quad z=2$$

Autoři

Matyáš Richter: Design; tvorba; Příklad 1 - 3; 3.1.1 - 3.1.16

Eliška Miková: Příklad 4; 4.3 - 4.15

Martin Rajmon: 4.1; 4.2; 4.16 - 4.19

Veronika nováková: 1.1.a - 1.1.j; 1.2.a - 1.2.j

Petra Schánová: 3.2.1 - 3.2.9

Jan Laky: 2.1 - 2.21

Jan Bažant: Příklad 5; 5.1.1 - 5.3.4 + vše kolem determinantů