

**FORMÁLNÍ JAZYKY A AUTOMATY I**  
**CVIČENÍ 1.**

1. Uspořádejte (podle množinové inkluze) tyto jazyky nad abecedou  $\{a, b\}$ :

$$\begin{aligned}L_1 &= \{a, b\}^* \\L_2 &= \{ab\}^* \\L_3 &= \{a\}^* \cdot \{b\}^* \\L_4 &= \{a\} \cdot \{a\}^* \cdot \{b\}^* \\L_5 &= \{a, b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{a, b\}^* \\L_6 &= (\{a\}^* \cdot \{b\})^* \cup (\{b\}^* \cdot \{a\})^*\end{aligned}$$

Své tvrzení odůvodněte!

2. Vyjádřete pomocí jazyků  $L_0 = \{0\}$ ,  $L_1 = \{1\}$  a množinových operací sjednocení, průnik, komplement vzhledem k  $\{0, 1\}^*$ , zřetězení, mocnina, kladná iterace a iterace následující jazyky:
- a) jazyk  $X$  obsahuje všechny slova nad abecedou  $\{0, 1\}$ , kterých délka je sudá a současně obsahují alespoň dva symboly 0 a nanejvýš jeden symbol 1.
  - b) jazyk  $Y$  obsahuje všechny slova nad abecedou  $\{0, 1\}$ , které neobsahují tři po sobě jdoucí stejné symboly a současně začínají a končí stejným symbolem.
3. Rozhodněte a odůvodněte, jestli pro libovolné tři jazyky platí následující rovnosti:

$$\begin{aligned}(L_1 \cup L_2) \cdot L_3 &= (L_1 \cdot L_3) \cup (L_2 \cdot L_3) \\(L_1 \cap L_2) \cdot L_3 &= (L_1 \cdot L_3) \cap (L_2 \cdot L_3)\end{aligned}$$

4. Dokažte nebo vyvráťte následující rovnosti ( $L_1, L_2$  libovolné jazyky):

$$\begin{aligned}(L_1 \cdot L_2)^* \cdot L_1 &= L_1 \cdot (L_2 \cdot L_1)^* \\(L_1 \cup L_2)^* &= L_1^* \cdot (L_1^* \cdot L_2)^*\end{aligned}$$

5. Nechť  $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$ ,  $\Sigma_2 = \{a, b\}$  a  $h : \Sigma_1^* \rightarrow \Sigma_2^*$  je homomorfismus daný předpisem:  
 $h(a) = aa$ ;  $h(b) = ba$ ;  $h(c) = a$ .
- a) Najděte  $h^{-1}(aabaabaa)$ .
  - b) Určete  $h(L)$ , když  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$ .
  - c) Určete  $h^{-1}(L)$ , když  $L = \{w \in \{a\}^* \mid |w| = 2k; k \in \mathbb{N}\}$ .

Znakem  $\#_x(w)$  označujeme počet výskytů symbolu  $x$  ve slově  $w$ .