

MB101 – 4. demonstovaná cvičení

Relace ekvivalence a vektorové prostory

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

19.10. 2010

Plán přednášky

- 1 Domácí úlohy z minulého týdne
- 2 Návodné úlohy
 - Relace ekvivalence
 - Základy lineární algebry

Příklad. 1. *Určete, které neprůhledné strany konvexního čtyřúhelníka s vrcholy $[92, 31]$, $[99, 28]$, $[106, 30]$, $[100, 34]$ jsou vidět z bodu $[2, 1]$.*

Příklad. 1. *Určete, které neprůhledné strany konvexního čtyřúhelníka s vrcholy $[92, 31]$, $[99, 28]$, $[106, 30]$, $[100, 34]$ jsou vidět z bodu $[2, 1]$.*

Řešení. Označíme-li body ze zadání postupně A , B , C a D , tak z bodu $[2, 1]$ jsou vidět strany SA a SD . □

Příklad. 2. *Určete obsah pětiúhelníka $ABCDE$, kde $A = [0, 0]$, $B = [10, -1]$, $[5, 2]$, $[6, 3]$ and $E = [1, 10]$.*

Příklad. 2. *Určete obsah pětiúhelníka $ABCDE$, kde $A = [0, 0]$, $B = [10, -1]$, $[5, 2]$, $[6, 3]$ and $E = [1, 10]$.*

Řešení. 42, 5.



Příklad. 3. *Určete počet relací uspořádání na množině $\{1, 2, 3, 4\}$ takových, že prvek 2 je nesrovnatelný s prvkem 3.*

Příklad. 3. *Určete počet relací uspořádání na množině $\{1, 2, 3, 4\}$ takových, že prvek 2 je nesrovnatelný s prvkem 3.*

Řešení. 87.



Plán přednášky

1 Domácí úlohy z minulého týdne

2 **Návodné úlohy**

- Relace ekvivalence
- Základy lineární algebry

Ekvivalence, rozklad.

pause Uvažme množinu \mathbb{Z} celých čísel a ní relaci

$$x \sim y \implies 3|(x - y).$$

Ekvivalence, rozklad.

pause Uvažme množinu \mathbb{Z} celých čísel a ní relaci

$$x \sim y \implies 3|(x - y).$$

Množina zbytkových tříd \mathbb{Z}_p (o p prvcích)

Ekvivalence, rozklad.

pause Uvažme množinu \mathbb{Z} celých čísel a ní relaci

$$x \sim y \implies 3|(x - y).$$

Množina zbytkových tříd \mathbb{Z}_p (o p prvcích)

Příklad. *Určete počet relací ekvivalence na čtyřprvkové množině.*

Ekvivalence, rozklad.

pause Uvažme množinu \mathbb{Z} celých čísel a ní relaci

$$x \sim y \implies 3|(x - y).$$

Množina zbytkových tříd \mathbb{Z}_p (o p prvcích)

Příklad. *Určete počet relací ekvivalence na čtyřprvkové množině.*

Příklad. *Určete počet relací ekvivalence na množině $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ takových, že 1 není v relaci s 2.*

Příklad. *Nalezněte inverzní matici k matici*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Rozhodněte o následujících množinách, jestli jsou vektorovými prostory nad tělesem reálných čísel:

① $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ je polynom}\}$

Rozhodněte o následujících množinách, jestli jsou vektorovými prostory nad tělesem reálných čísel:

- 1 $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ je polynom}\}$
- 2 Množina řešení rovnice (tedy množina posloupností splňujících) $x_n = x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3}$.

Rozhodněte o následujících množinách, jestli jsou vektorovými prostory nad tělesem reálných čísel:

- 1 $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ je polynom}\}$
- 2 Množina řešení rovnice (tedy množina posloupností splňujících) $x_n = x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3}$.
- 3 Množina posloupností $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ vyhovující rovnici $x_n = x_{n-1} + x_{n-2} + 1$.

Rozhodněte o následujících množinách, jestli jsou vektorovými prostory nad tělesem reálných čísel:

- 1 $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ je polynom}\}$
- 2 Množina řešení rovnice (tedy množina posloupností splňujících) $x_n = x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3}$.
- 3 Množina posloupností $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ vyhovující rovnici $x_n = x_{n-1} + x_{n-2} + 1$.
- 4 Množina řešení rovnice (tedy množina posloupností splňujících) $x_n = x_{n-1}^2 + x_{n-2} + x_{n-3}^2$.

1 Množina řešení soustavy rovnic

1 Množina řešení soustavy rovnic

$$2x + 3y + z = 0$$

$$x + y - z = 0$$

$$x + 2y + 3z = 0$$

1 Množina řešení soustavy rovnic

$$2x + 3y + z = 0$$

$$x + y - z = 0$$

$$x + 2y + 3z = 0$$

2 Množina řešení soustavy rovnic

1 Množina řešení soustavy rovnic

$$2x + 3y + z = 0$$

$$x + y - z = 0$$

$$x + 2y + 3x = 0$$

2 Množina řešení soustavy rovnic

$$2x + 3y + z = 1$$

$$x + y - z = 0$$

$$x + 2y + 3x = 0$$

1 Množina řešení soustavy rovnic

$$2x + 3y + z = 0$$

$$x + y - z = 0$$

$$x + 2y + 3x = 0$$

2 Množina řešení soustavy rovnic

$$2x + 3y + z = 1$$

$$x + y - z = 0$$

$$x + 2y + 3x = 0$$

3 $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(1) = 1\}$

1 Množina řešení soustavy rovnic

$$2x + 3y + z = 0$$

$$x + y - z = 0$$

$$x + 2y + 3x = 0$$

2 Množina řešení soustavy rovnic

$$2x + 3y + z = 1$$

$$x + y - z = 0$$

$$x + 2y + 3x = 0$$

3 $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(1) = 1\}$

4 $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(1) = 0\}$

Příklad. *Rozhodněte, zda jsou vektory*

① $(1, 1, 2)$, $(1, 0, 2)$ a $(0, 1, 1)$

Příklad. Rozhodněte, zda jsou vektory

① $(1, 1, 2), (1, 0, 2)$ a $(0, 1, 1)$

② $(1, 3, 2), (4, 1, 3), (-2, 5, 1)$ lineárně nezávislé v \mathbb{R}^3 .

Příklad. *Určete množinu řešení soustavy rovnic v oboru reálných čísel.*

a)

$$x + 2y + 4z = 3$$

$$x + z = 2$$

$$-x + y = 1$$

Příklad. Určete množinu řešení soustavy rovnic v oboru reálných čísel.

a)

$$x + 2y + 4z = 3$$

$$x + z = 2$$

$$-x + y = 1$$

b)

$$x + y - z = 1$$

$$-x + 2y = -1$$

$$2x - y - z = 2$$