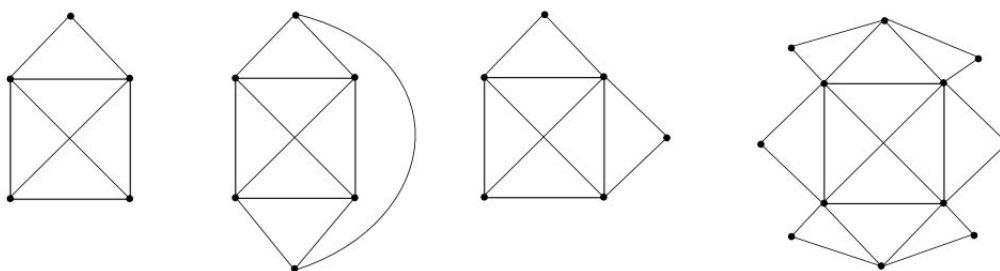


Matematika III, 10. cvičení

Pojmy k zopakování

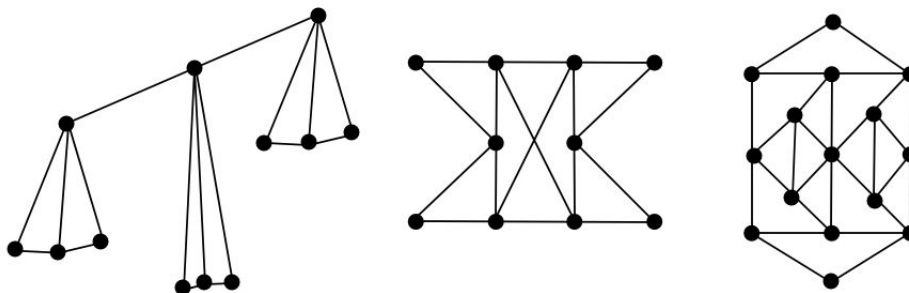
- Otevřený a uzavřený tah
- Eulerovský graf
- Problém čínského pošťáka
- Hamiltonovská kružnice
- N -rozměrná krychle a důkaz matematickou indukcí

Příklad 195. Rozhodněte, zda lze následující grafy nakreslit jedním (tevřeným) tahem. Pokud ano, grafy tak nakreslete.



Výsledek. Všechny ano.

Příklad 196. Rozhodněte, které grafy lze nakreslit jedním otevřeným či uzavřeným tahem.

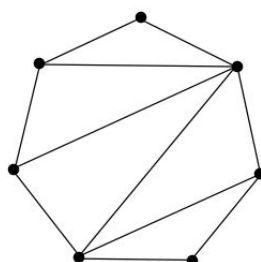


Výsledek. První ne, druhý a třetí uzavřeným.

Příklad 197. Určete, pro která n je K_n eulerovský.

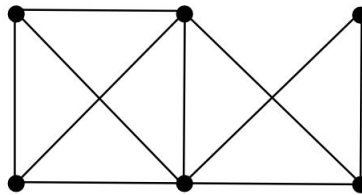
Výsledek. Pro všechna lichá n a také pro 2.

Příklad 198. Kolik nejméně hran musíte přidat k tomuto grafu, aby se dal nakreslit jedním uzavřeným tahem?



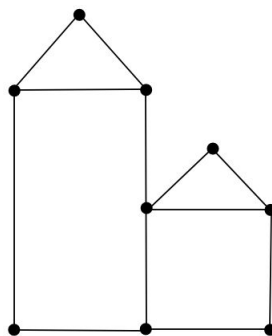
Výsledek. 3 (Nezapomeňte zdůvodnit, že nelze pro menší počet.)

Příklad 199. Určete, kolika nejméně tahy můžeme nakreslit tento graf.



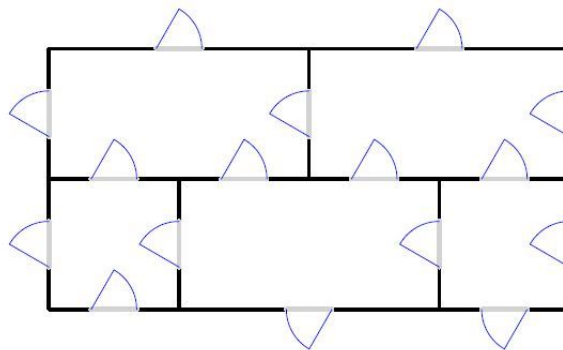
Výsledek. 2

Příklad 200. Určete, kolika nejméně tahy můžeme nakreslit tento graf.

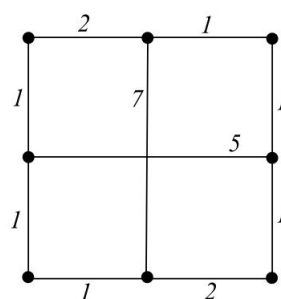


Výsledek. 2

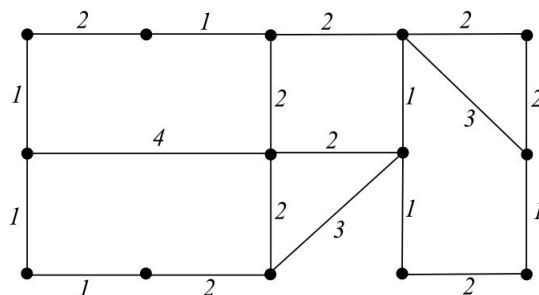
Příklad 201. Je možné projít dům, jehož půdorys vidíte na obrázku tak, abychom každými dveřmi prošli právě jednou?



Příklad 202. Pošťák má projít všechny hrany následujícího grafu. Určete, kudy má jít, aby se vrátil do stejného místa, ze kterého vyšel a aby přitom ušel co nejmenší vzdálenost.



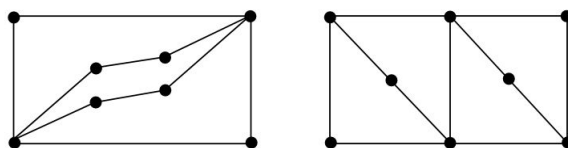
Příklad 203. Pošťák má projít všechny hrany následujícího grafu. Určete, kudy má jít, aby se vrátil do stejného místa, ze kterého vyšel a aby přitom ušel co nejmenší vzdálenost.



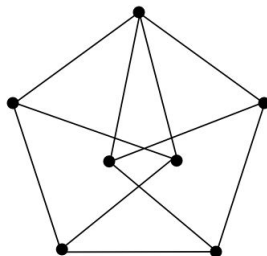
Příklad 204. Uved'te příklad dvou grafů se stejným skórem, jednoho, který bude hamiltonovský, druhého, který hamiltonovský nebude.

Výsledek. Například (2, 2, 2, 3, 3).

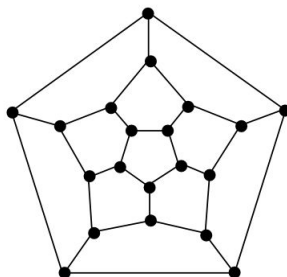
Příklad 205. Dokažte, že dané grafy nejsou hamiltonovské.



Příklad 206. Nalezněte hamiltonovskou kružnici v následujícím grafu.



Příklad 207. Nalezněte hamiltonovskou kružnici v následujícím grafu.



Příklad 208. Určete, kolik existuje navzájem neizomorfních hamiltonovských grafů na 4 uzlech.

Výsledek. 3

Příklad 209. Uved'te příklad dvou neizomorfních hamiltonovských grafů na 5 uzlech, každý s 6 hranami.

Výsledek. Neexistují.

Příklad 210. Uved'te příklad dvou neizomorfních hamiltonovských grafů na 5 uzlech, každý s nejvýše 6 hranami.

Výsledek. Kružnice na pěti vrcholech a kružnice na pěti vrcholech, do které přidáme jednu hranu.

Příklad 211. Uved'te příklad grafu, který

1. je eulerovský i hamiltonovský
2. není eulerovský, ale je hamiltonovský
3. je eulerovský, ale není hamiltonovský
4. není eulerovský ani hamiltonovský

Příklad 212. Necht' $K_{m,n}$ je úplný bipartitní graf, který je hamiltonovský. Dokažte, že $m = n$.

Příklad 213. Dokažte, že každý hamiltonovský graf na n vrcholech, kde $n \geq 3$, je vrcholově 2-souvislý.

Příklad 214. Pro každé liché prvočíslo p dokažte, že K_p obsahuje $\frac{p-1}{2}$ hranově disjunktních hamiltonovských kružnic.

Příklad 215. Dokažte, že n -rozměrná krychle je hamiltonovský graf pro všechna $n \in \mathbb{N}$.

Nápověda: Matematická indukce.

Příklad 216. Dokažte, že úplný tripartitní graf (definice v prvním cvičení) $K_{n,2n,3n}$ je hamiltonovský pro každé $n \in \mathbb{N}$.