Metoda nejmenších čtverců, projekce, G-S ortogonalizační proces

1. Vyřešte metodou nejmenších čtverců:

$$\begin{aligned} x_1 + x_3 &= 2 \\ x_1 + x_3 &= -1 \\ x_1 + x_2 &= 3 \\ x_1 + x_2 &= 7 \end{aligned}$$

$[\{(1/2 - t, 9/2 + t, t), t \in \mathbb{R}\}]$

2. Metodou nejmenších čtverců určete kvadratickou aproximaci dat:

-2	-1	0	1	2
9/2	4/5	0	6/5	7/2

Dále vypočtěte reziduální vektor a jeho velikost.

$[f(x) = x^2 - \frac{8}{50}x,\ r = \frac{1}{50}(-9, 18, 0, -18, 9), ||r|| = 0.5692]$

3. Určete projekci vektoru $v = (1, -1, 2, 1)$ na prostor

$$W = \mathrm{Span}\left\langle (1, 2, 1, 0), (-1, 0, 1, 0), (1, -1, 1, 0) \right\rangle,$$

dále vypočítejte vzdálenost v a W a odchylku v a W.

$[Pv = (1, -1, 2, 0),\ v(v, W) = 1, \sphericalangle(v, W) = 22°12']$

4. Vypočítejte projekci vektoru (matice)

$$v = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

na prostor

$$W = \mathrm{Span}\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

$$\left[Pv = \begin{pmatrix} -4/7 & 11/14 \\ 0 & 9/14 \end{pmatrix} \right]$$

5. Ve vektorovém prostoru $\mathrm{Mat}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ mějme podprostor W generovaný maticemi

$$U_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, U_3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Pomocí Grammova–Schmidtova procesu určete ortogonální bázi podprostoru W. Poté určete souřadnice matice

$$U = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \in W$$

vzhledem k této vypočtené bázi.

$$\left[\underline{V} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \right),\ [U]_{\underline{V}} = (3, 1, -2)\right]$$