

1. Určete, zda jsou následující zobrazení injektivní, surjektivní, popř bijektivní:

a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow \frac{4x-5}{12}$

b)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = \left\lceil \frac{x+1}{2} \right\rceil$  ([ ] ... nejbližší celé číslo)

2. Určete výsledky skládání zobrazení  $f, g: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}: f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}, g(x) = 2x + 1$  :

a)  $g \circ f(x)$

b)  $(g \circ f)^{-1}(x)$

b)  $g^{-1} \circ f^{-1}(x)$

3. Určete vlastnosti relací:

a)  $A =$  přímky v rovině,  $[p, q] \in R \Leftrightarrow p, q$  jsou rovnoběžné přímky

b)  $x, y \in \mathbb{R}; [x, y] \in R \Leftrightarrow \sin(x) = \cos(y)$

c)  $x, y \in \mathbb{R}; [x, y] \in R \Leftrightarrow x \geq y$

d)  $x, y \in \mathbb{R}; [x, y] \in R \Leftrightarrow x \cdot y$  je liché číslo

4. Jsou dány matice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & -5 & -3 & 4 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & -6 & 7 & 0 \\ -2 & 5 & -4 & 2 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 4 \\ 4 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

Určete: a)  $2C - 3B$

b)  $C \cdot D$

c)  $A^2$

d)  $B^T$

e)  $E^T$

f)  $A^{-1}$

g)  $E^{-1}$

h)  $D^{-1}$

i)  $E \cdot B \cdot D$

j)  $D \cdot B$

5. Určete hodnotu matic:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 8 & 5 \\ 3 & 4 & -5 & 2 \\ 4 & 2 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -6 & -7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 8 & 0 & 4 \\ 3 & -6 & 1 & 4 & 3 \\ -4 & 2 & 5 & -1 & 7 \\ 5 & -4 & -12 & 5 & -14 \end{pmatrix}$$

6. Podle Frobeniovy věty rozhodněte, zda jsou soustavy řešitelné:

$$\begin{array}{lll} x_2 + x_3 = 0 & 5x_1 - 9x_2 + 5x_3 = 1 & b + d = 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 & 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 2 & 3a - 2b - 3c + 4d = -2 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2 & x_1 + 8x_2 = 1 & a + b - c + d = 2 \\ x_1 + 2x_2 = -1 & x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 & a - c = 1 \end{array}$$