

Skupina A

1. **samostatná** písemná práce z MB101. Na řešení máte 45 minut. Na každý papír se prosím čitelně podepište a napište svou skupinu. Pracujte pozorně. Pokud něčemu v zadání nerozumíte, zeptejte se. Přeji Vám hodně štěstí!!!

Příklad č. 1: Do voleb se přihlásilo 10 kandidátů - 6 mužů a 4 ženy. Celkem bude zvoleno 5 kandidátů. Volební rád však říká, že musí být zvoleny aspoň 2 ženy. Kolika způsoby mohou volby dopadnout?

Řešení. Pozor, v zadání je aspoň 2 ženy, tzn. právě 2 + právě 3 + právě 4 ženy. Tedy počítáme pomocí kombinací takto:

$$\binom{4}{2} \binom{6}{3} + \binom{4}{3} \binom{6}{2} + \binom{4}{4} \binom{6}{1} = 186$$

Volby tedy mohou dopadnout 186 způsoby.

Příklad č. 2: Z karetní hry o 32 kartách vybereme náhodně bez vracení 4 karty. Jaká je pravděpodobnost, že aspoň jedna z nich je eso? (Předpokládejme, že v balíčku jsou 4 esa.)

Řešení. Nejjednodušší je počítat pomocí doplňku. Od jedničky odečteme pravděpodobnost opačného jevu, tedy že nebude vytaženo žádné eso. Počítáme pomocí kombinací:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{\binom{28}{4}}{\binom{32}{4}} = 0.43$$

Pst., že aspoň jedna ze čtyř karet bude eso, je tedy 0.43.

Příklad č. 3: Pojišťovací společnost rozlišuje při pojišťování tři skupiny řidičů: A, B a C. Pravděpodobnost toho, že řidič patřící do skupiny A bude mít během roku nehodu, je 0,03, zatímco u řidiče skupiny B je to 0,06 a u řidiče skupiny C 0,1. Podle dlouhodobých záznamů společnosti je 70% pojistných smluv uzavřeno s řidiči skupiny A, 20% s řidiči skupiny B a 10% s řidiči skupiny C. Jestliže došlo k nehodě pojištěného řidiče, jaká je pravděpodobnost, že patří do skupiny A?

Řešení. Příklad vede na použití Bayesova vzorce. Ze zadání máme: $P(N|A) = 0.03$, $P(N|B) = 0.06$, $P(N|C) = 0,1$, $P(A) = 0,7$, $P(B) = 0,2$,

$P(C) = 0,1$, $P(A|N) = ?$ Můžeme tedy počítat:

$$\begin{aligned} P(A|N) &= \frac{P(N|A)P(A)}{P(N)} = \frac{P(N|A)P(A)}{P(N|A)P(A) + P(N|B)P(B) + P(N|C)P(C)} \\ &= 0.488 \end{aligned}$$

Za podmínky, že došlo k nehodě, řidič patří do skupiny A s pstí 0.488.

Příklad č. 4: Na stole jsou 2 mísy s koláči. V první míse je 12 tvarohových koláčů a 8 ořechových koláčů. V druhé míse je 13 tvarohových a 12 ořechových koláčů. Nejprve si vyberu mísu, každá má stejnou pravděpodobnost výběru, a pak náhodně ochutnám jeden koláč. Jaká je pravděpodobnost, že mnou ochutnávaný koláč bude ořechový?

Řešení. Jedná se o příklad na celkovou pst. Jako H_1 a H_2 si označíme jev, že vyberu koláč z mísy 1 nebo 2. Jako $P(O)$ označíme pst, že ochutnám ořechový koláč. Ale nejprve si vybírám mísu, teprve pak koláč z mísy. Ze zadání máme:

$$P(H_1) = P(H_2) = \frac{1}{2}, P(O|H_1) = \frac{8}{20}, P(O|H_2) = \frac{12}{25}. \text{ Tedy}$$

$$P(O) = P(O|H_1)P(H_1) + P(O|H_2)P(H_2) = 0.44$$

Pst, že ochutnávaný koláč bude ořechový je 0.44.