FORMÁLNÍ JAZYKY A AUTOMATY I

CVIČENÍ 1.

1. Uspořádejte (podle množinové inkluze) tyto jazyky nad abecedou $\{a, b\}$:

$$L_1 = \{a, b\}^*$$
$$L_2 = \{ab\}^*$$
$$L_3 = \{a\}^* \cdot \{b\}^*$$
$$L_4 = \{a\} \cdot \{a\}^* \cdot \{b\}^*$$
$$L_5 = \{a, b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{a, b\}^*$$
$$L_6 = (\{a\}^* \cdot \{b\})^* \cup (\{b\}^* \cdot \{a\})^*$$

Své tvrzení odůvodněte!

2. Vyjádřete pomocí jazyků $L_0 = \{0\}$, $L_1 = \{1\}$ a množinových operací sjednocení, průnik, komplement vzhledem k $\{0, 1\}^*$, zřetězení, mocnina, kladná iterace a iterace následující jazyky:

a) jazyk X obsahuje všechny slova nad abecedou $\{0, 1\}$, kterých délka je sudá a současně obsahují alespoň dva symboly 0 a nanejvýš jeden symbol 1.

b) jazyk Y obsahuje všechny slova nad abecedou $\{0, 1\}$, které neobsahují tři po sobě jdoucí stejné symboly a současně začínají a končí stejným symbolem.

3. Rozhodněte a odůvodněte, jestli pro libovolné tři jazyky platí následující rovnosti:

$$(L_1 \cup L_2) \cdot L_3 = (L_1 \cdot L_3) \cup (L_2 \cdot L_3)$$
$$(L_1 \cap L_2) \cdot L_3 = (L_1 \cdot L_3) \cap (L_2 \cdot L_3)$$

4. Dokažte nebo vyvraťte následující rovnosti (L_1, L_2 libovolné jazyky):

$$(L_1 \cdot L_2)^* \cdot L_1 = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_1)^*$$
$$(L_1 \cup L_2)^* = L_1^* \cdot (L_1^* \cdot L_2)^*$$

5. Nechť $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$, $\Sigma_2 = \{a, b\}$ a $h : \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$ je homomorfismus daný předpisem: $h(a) = aa;\ h(b) = ba;\ h(c) = a$.

a) Najděte $h^{-1}(aabaaabaa)$.

b) Určete $h(L)$, když $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \sharp_a(w) = \sharp_b(w)\}$.

c) Určete $h^{-1}(L)$, když $L = \{w \in \{a\}^* \mid |w| = 2k; k \in N\}$.

Znakem $\sharp_x(w)$ označujeme počet výskytů symbolu x ve slově w.