

Domáca úloha #3 z IB107

(3 body)

Z nasledujúcich množín si vyberte dve a dokážde o nich že sú rekurzívne spočetné (Teda nájdite vyčísliteľnú funkciu f_i takú, že $\text{dom}(f_i) = A_i$ alebo $\text{range}(f_i) = A_i$).

$$A_1 = \{i \in \mathbb{N} \mid \exists n \in \mathbb{N} : 2n \in \text{dom}(\varphi_i) \wedge 2n + 1 \in \text{dom}(\varphi_i)\}$$

$$A_2 = \{i \in \mathbb{N} \mid \exists n \in \mathbb{N} : \varphi_i(n) = \perp \vee \varphi_i(n) \neq n\} - \text{Teda } \varphi_i \text{ nie je identita}$$

$$A_3 = \{i \in \mathbb{N} \mid \exists a, b \in \mathbb{N} : a \in \text{range}(\varphi_i) \wedge b \in \text{range}(\varphi_i) \wedge a = b^2\}$$

$$A_4 = \{i \in \mathbb{N} \mid a \in \text{range}(\varphi_{2^i}) \text{ pre pevne dané } a\}$$

Pokiaľ budete písat' nejaké while programy, môžete používať všetky makrá definované na prednáške a cvičeniach.

Bonus

(1 bod)

Rozhodnite a dokážte, či existuje množina F , ktorá nie je rekurzívne spočetná ale má aspoň dve dizjunktné rekurzívne spočetné podmnožiny F_1, F_2 ktoré nie sú rekurzívne a aspoň jednu nekonečnú rekurzívnu podmnožinu F_3 ktorá má neprázdny prienik s F_1 a F_2 . (Teda $F_1 \cap F_2 = \emptyset$, $F_3 \cap F_1 \neq \emptyset$ a $F_3 \cap F_2 \neq \emptyset$)