

LISSA 3D

Lissajous curves and knots generator

Úvod

V matematice je Lissajousova křivka (Lissajousova figura nebo Bowditch křivka) graf soustavy parametrických rovnic,

$$x = A \sin(at + \delta), \quad y = B \sin(bt),$$

která popisuje komplexní harmonický pohyb.

Problém těchto křivek byl objeven *Nathnaniem Bowditchem* v roce 1815 a dále se jím zabýval *Jules Antoine Lissajous*.

Problém

Zobrazení křivky je velmi citlivé na poměr hodnot a/b . Pro poměr roven jedné je křivka *elipsou* a ve speciálních případech *kruhem* ($A = B$, $\delta = \pi/2$ radiánů) či *linkou* ($\delta = 0$). Jiným příkladem lissajousovy křivky je *parabola* ($a/b = 2$, $\delta = \pi/2$). Jiné poměry vytvářejí komplikovanější křivky, které jsou uzavřeny pokud je a/b racionální. Vizuální podoba křivek je třídimenzionální uzel a další uzly známe jako *Lissajousovy uzly*, jejichž průmětem je *Lissajousova figura*.

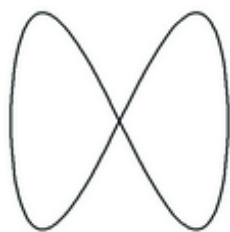
Použití

Lissajousovy obrazce bývají někdy použity k dalšímu zpracování v grafickém designu, například jako značky — Australian Broadcasting Corporation (<http://www.abc.net.au/corp/history/hist1.htm>) ($a = 1$, $b = 3$, $\delta = \pi/2$) a Lincoln Laboratory (<http://www.ll.mit.edu/about/lissajous.html>) v MIT ($a = 8$, $b = 6$, $\delta = 0$).

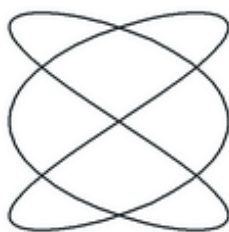


Příklady

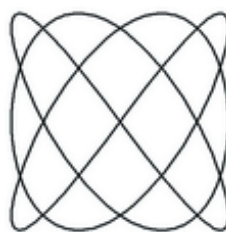
Zde jsou některé příklady Lissajousových obrazců s $\delta = \pi/2$, $a = b$, a liché, b sudé, $|a - b| = 1$.



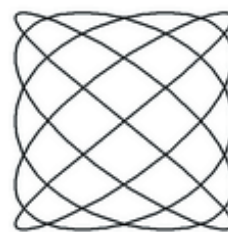
$a = 1, b = 2$



$a = 3, b = 2$



$a = 3, b = 4$



$a = 5, b = 4$

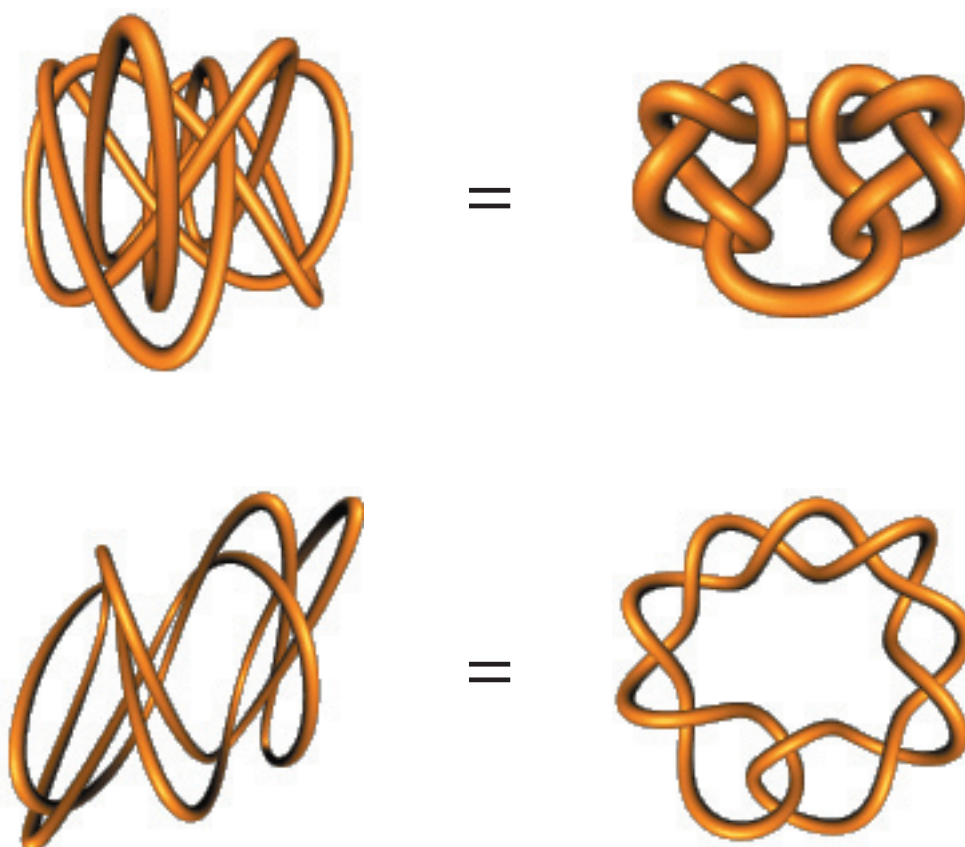
Třetí dimenze

Původní Lissajousovy křivky mají pouze dvě oscilace. Ideou bylo začít oscilovat bodem nahoru a dolů a pak přidat další oscilaci doleva a doprava a spustit obě najednou.

Když bod osciluje nahoru a dolů uprostřed obrazovky, vykreslí svislou čáru. Když místo toho osciluje doleva a doprava, vykreslí vodorovnou čáru, pokud ovšem bude oscilovat v obou směrech, vykreslí křivku závisující na frekvenci oscilace v obou směrech. Tedy pokud je frekvence stejná v obou směrech, vykreslí kruh, tvar osmičky když je jedna z frekvencí dvojnásobkem druhé apod.

Toto je hlavní myšlenkou Lissajousovy křivky, dá se zobrazit na osciloskopu pomocí kmitání světelného bodu a nastavené správného poměru.

Třetí rozměr křivky vyřešíme přidáním další oscilace dovnitř a ven — dostaneme tedy tzv. Lissajousův uzel.



Zdánlivě chaotické uzly mohou ze správného pohledu působit esteticky.

Popis prostředí

Render window

Render view je okno programu **Lissa 3D**, ve kterém se zobrazuje renderovaný obrazec.

Velikost

Okno je možné nastavit libovolný tvar (s použitím myši a hrany okna), pokud je v módu *Background colour*, pokud je mu nastaveno pozadí (*Background image*) je uzamčen poměr stran, aby nedocházelo ke deformaci obrazu. Na velikosti okna je též závislý export obrázku (*Export picture*) — obrázek se uloží 1 : 1 k velikosti okna.

Ovládání

Renderovaný objekt je možno libovolně natáčet a přibližovat či oddalovat. Vše se dá ovládat pomocí myši. Tažením myši ve směru libovolného vektoru bude objekt sledovat jeho dráhu (natočí se) a to jak ve statickém režimu tak v režimu animace. Kolečkem myši se ovládá *zoom*.

Pohyb

Okno lze samozřejmě libovolně přemístit tažením myši.

Settings

Okno **Settings** slouží k veškerému nastavování parametrů obrazce vykreslovaného v *Render window*, práci s programem a se soubory.

Ovládání okna

Okno lze ovládat jako běžné aplikační okno — lze jej libovolně přemísťovat tažením myši, minimalizovat či zavřít (ukončí se celý program **Lissa 3D**).

Hlavní lišta

Hlavní lišta programu obsahuje nabídky *File* a *About*.

Nabídka *File* obsahuje možnosti *New*, *Load*, *Save*, *Export picture* a *Exit*.

New

» nahraje nové (defaultní) nastavené parametrů

Load

- » Otevře dialogové okno pro nahrání dříve uloženého souboru s nastavením parametrů — soubor s příponou *.lissa.

Save

- » Otevře dialogové okno pro uložení stávajícího nastavení parametru do souboru s příponou *.lissa.

Export picture

- » Otevře dialogové okno pro export obrázku zobrazeného v okně Render view ve velikosti 1 : 1 do souboru ve formátu *Windows Bitmap* *.bmp.

Exit

- » Ukončí program **Lissa 3D**.

Nabídka *About* zobrazí okno s informací o programu **Lissa 3D**, autorovi a jeho verzi.

Sekce Shape

V sekci ovládacích prvků Shape nastavujeme základní tvar Lissajouseva uzlu ve třech osách.

Zapnutí/vypnutí os (*parametry X, Y, Z*)

- » Zatrhacím políčkem nastavíme které osy budou použity do výpočtu Lissajouseva uzlu. Pokud jsou zaškrtnuté všechny tři osy, renderuje se trojrozměrně, pokud jednu osu vypneme, renderujeme Lissajousevy křivky ve dvou rozměrech atd.

Velikost oscilace (*parametry A, B, C*)

- » Tímto parametrem nastavujeme velikost oscilace ve směru dané osy v procentech. Hodnota 100 se rovná stům procentům, 50 je poloviční oscilace.

Frekvence — počet vln (*parametry x, y, z*)

- » Tento parametr zcela zásadně ovlivňuje vlastnosti uzlu. Nastavujeme ho většinou v racionálních číslech, aby poměr byl také racionální. Pokud nastavíme hodnoty jiné, křivka nebude ucelená. Důležitý je poměr

Otočení fáze vlny (*parametry dx, dy, dz*)

- » Parametrem otáčíme fázi vlny ve stupních — docílíme tím plného třetího rozměru. Pokud jsou všechny hodnoty stejné (periodicky s 360°), objekt zůstává dvojrozměrný.

Sekce Colours

V sekci ovládacích prvků Colours můžeme nastavit jak barevné prostředí renderovacího okna či dokonce obrázek na pozadí, tak barevnou škálu samotného uzlu.

Starting colour

- » Po kliknutí na tlačítko můžeme ve standardní Windows paletě namíchat libovolnou barvu, která se použije jako počáteční barva gradientu.

Midpoint colour

- » Stejná funkce pro nastavení barvy, která se použije jako střední barva gradientu, pak se gradient zrcadlově obrátí a vrátí se zpět na začátek.

Repeat gradient

- » Hodnota udává, kolikrát se gradient po délce křivky zopakuje. Základní hodnota je 1 a vyjadřuje jeden gradient — od počáteční barvy po střední a zpět. Hodnota 10 zopakuje tento gradient desetkrát.

Background colour

- » Kliknutím na tlačítko nastavíme pomocí palety barvu pozadí renderovacího okna. Současně tím zrušíme i případnou volbu obrázku na pozadí.

Background image

- » Po kliknutí se otevře dialogové okno pro nahrání souboru ve formátu *JPEG* (*Joint Photographic Experts Group*) *.jpg, *.jpeg, který se umístí na pozadí renderovacího okna, zruší tím nastavenou barvu pozadí a uzamče poměr stran.

Doporučuji používat pozadí s rozměry 2^x × 2^x, jiné rozměry samotřejmě také fungují, ovšem ne vždy s dokonalými výsledky.

Sekce Ribbon

V této sekci můžeme zvolit tvar aplikovaný na křivku a jeho šířku.

Ribbon

- » Pokud je políčko zaškrtnuté, uzel se nevykreslí jako pouhá křivka, ale jako trojrozměrný objekt — stužka (další vývoj programu by mohl umožnit více tvaru jako roura, šroubovice apod.).

Curve width

- » Hodnota tohoto parametru udává šířku křivky. Základní a minimální hodnota je 1. Pokud použijeme vysoké hodnoty, můžeme taktéž docílit zajímavých tvarů.

Sekce Animation

Tato sekce prvků umožňuje ovládat animaci Lisajousova uzlu.

PLAY/PAUSE

- » Stiskem tohoto tlačítka spustíme animaci uzlu — rotování kolem vlastního středu. Opětovným stiskem animaci vypneme a obraz zůstává statický.

Animation speed

- » Tímto parametrem můžeme nastavit rychlost animace uzlu na posuvníku.

Axis

- » Zatrhávacími políčky nastavíme, kolem které osy se bude uzel otáčet (x, y, z).

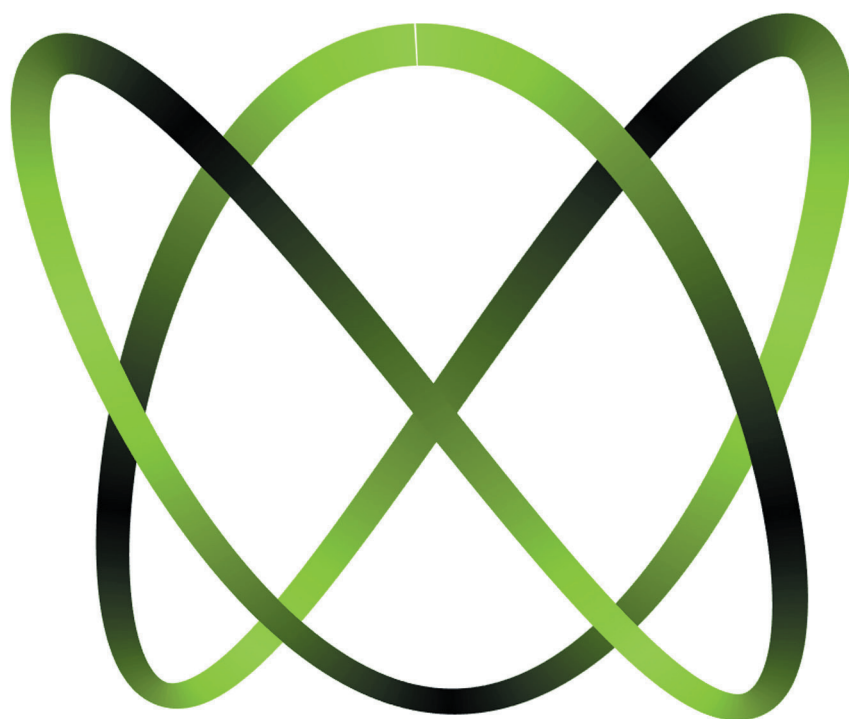
Výstup programu

Export obrázku i obrazová animace

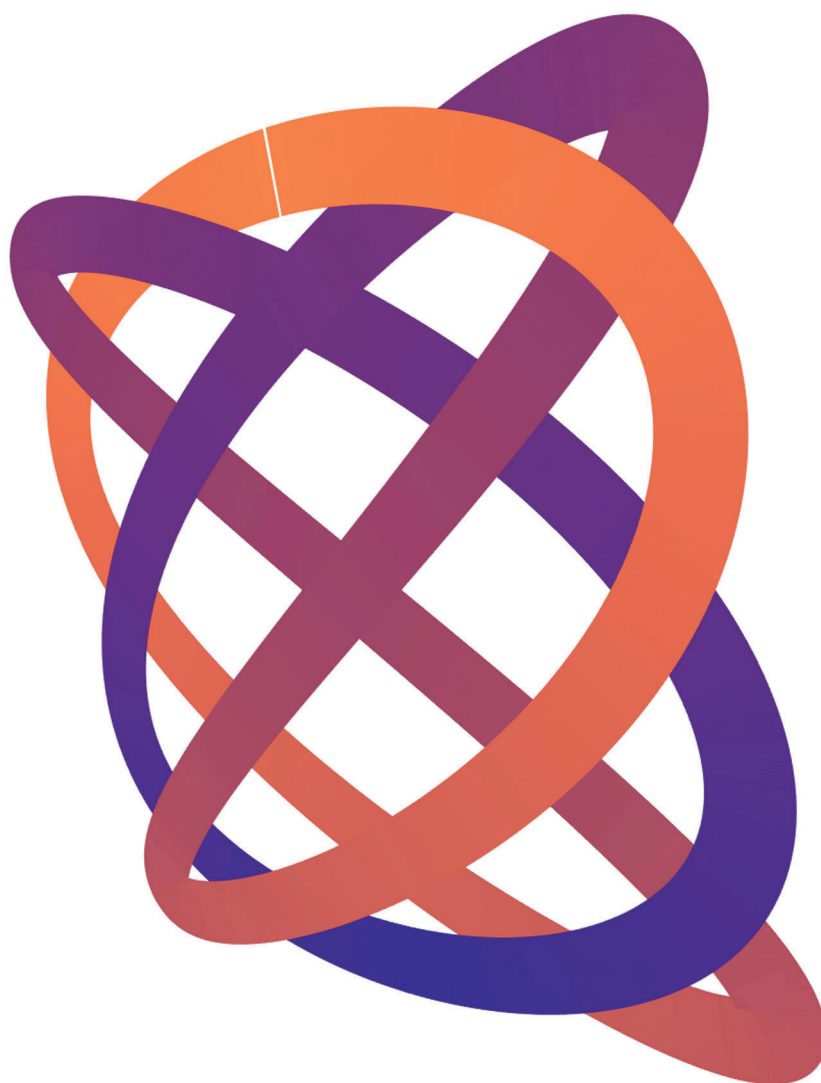
Program Lissa 3D není primárně určen pouze pro export grafiky, ale zároveň je i interaktivní 3D animací, a není tedy v moci tohoto dokumentu ukázat možný výstup.



Obrázek 1 /// Example: perfect_eight.lissa



Obrázek 2 /// Example: 2D_3_2.lissa



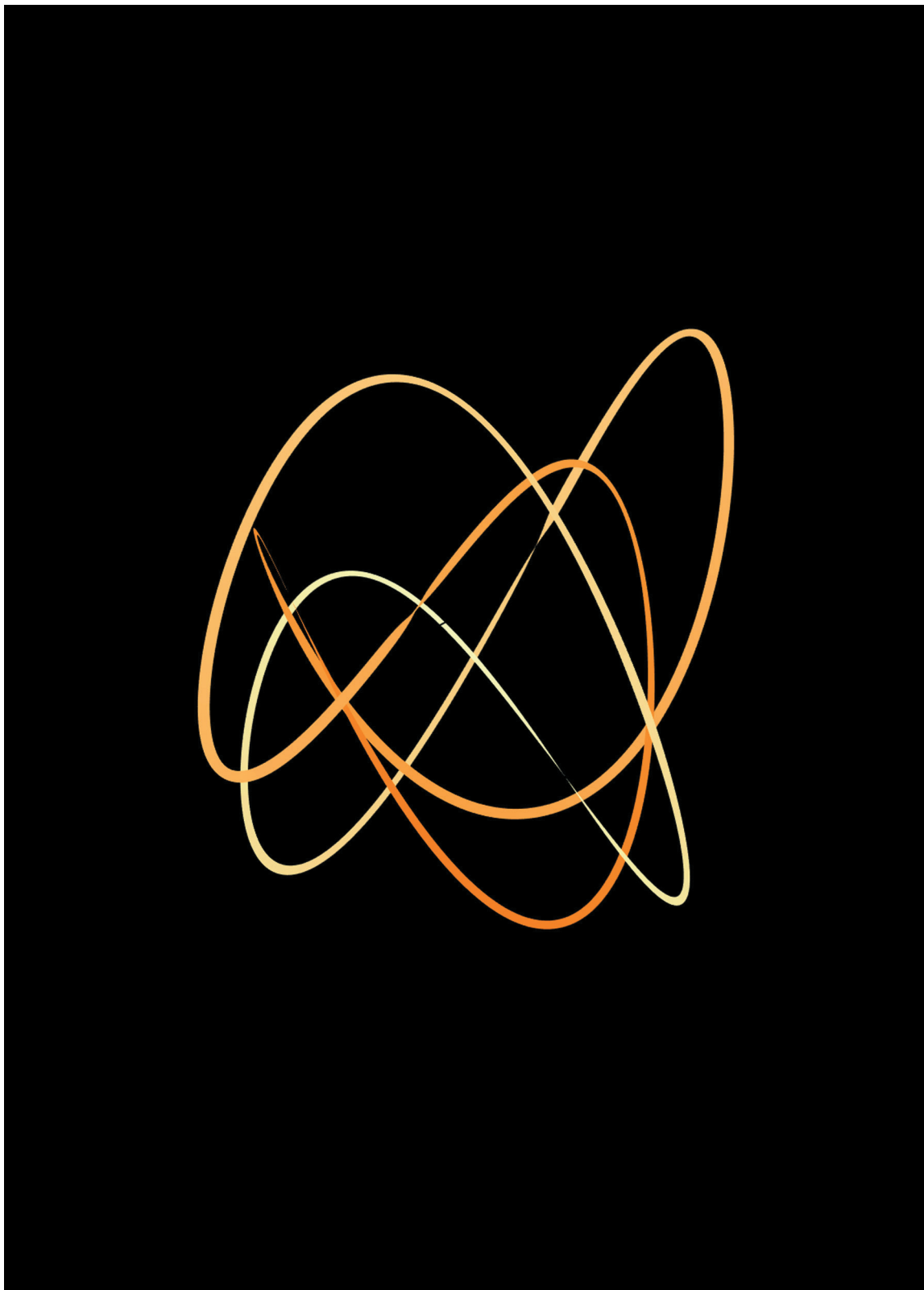
Obrázek 3 /// Example: 2D_3_4.lissa



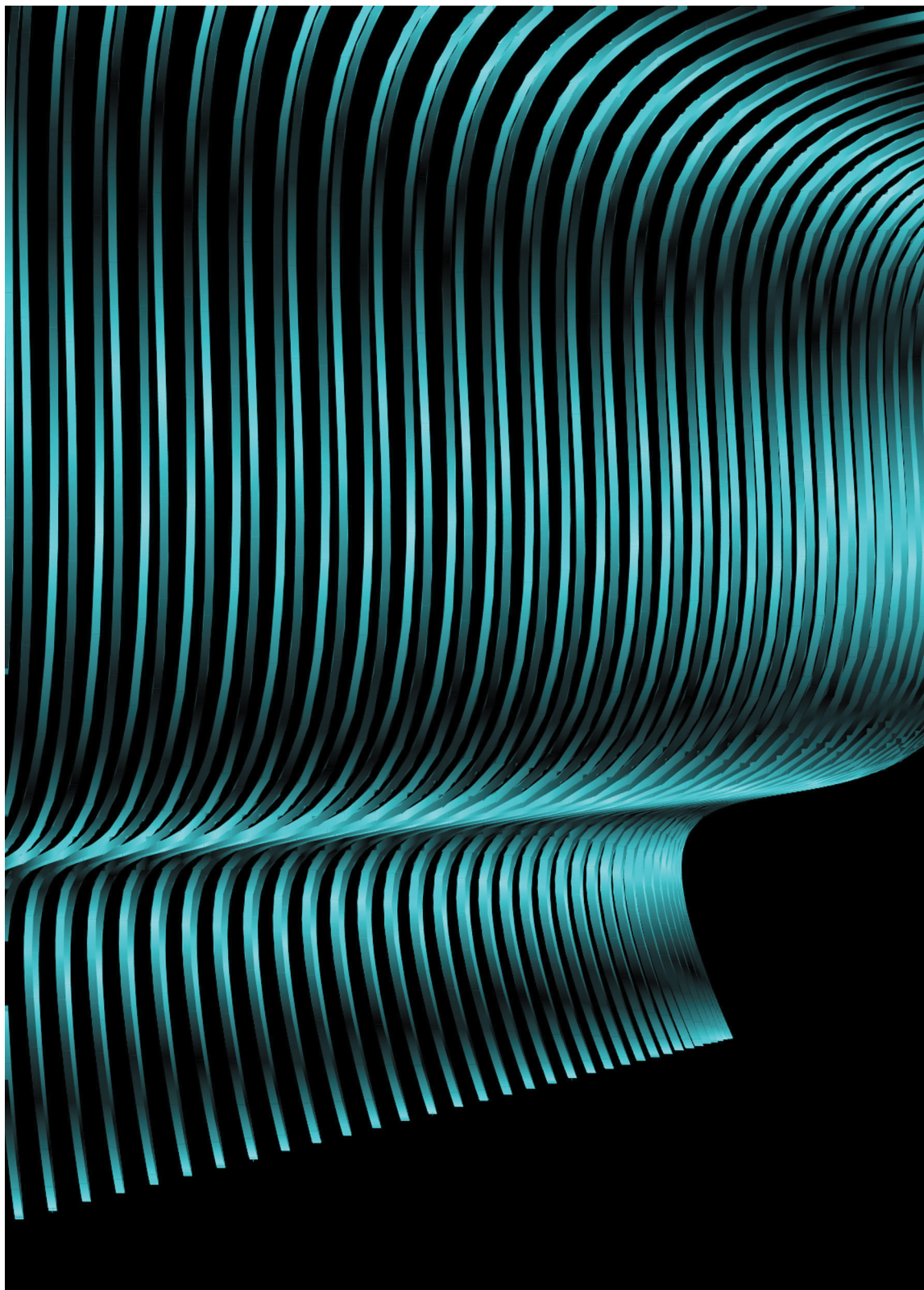
Obrázek 4 /// Example: 2D_5_7.lissa



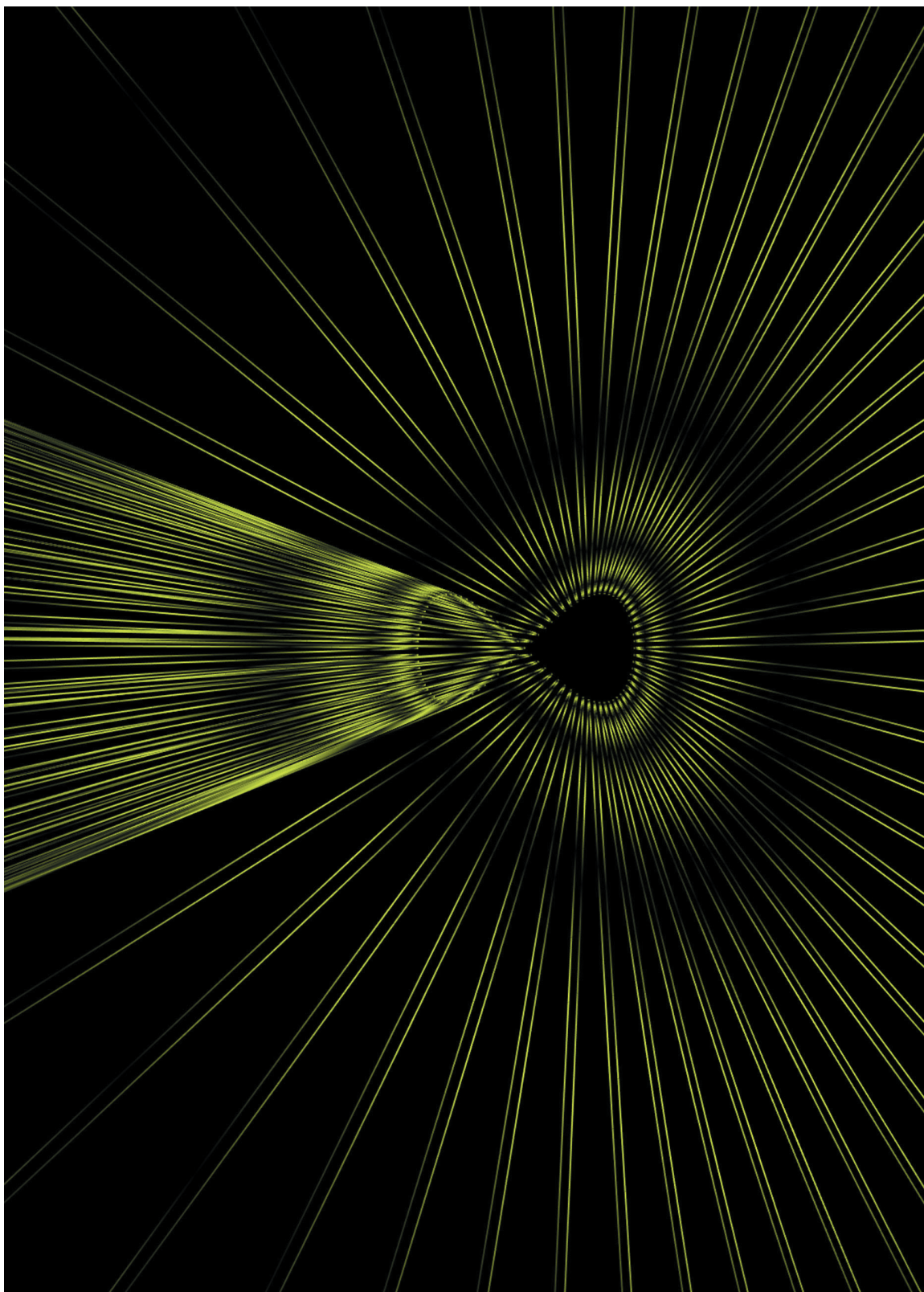
Obrázek 5 /// Example: 3D_1_3_8.lissa



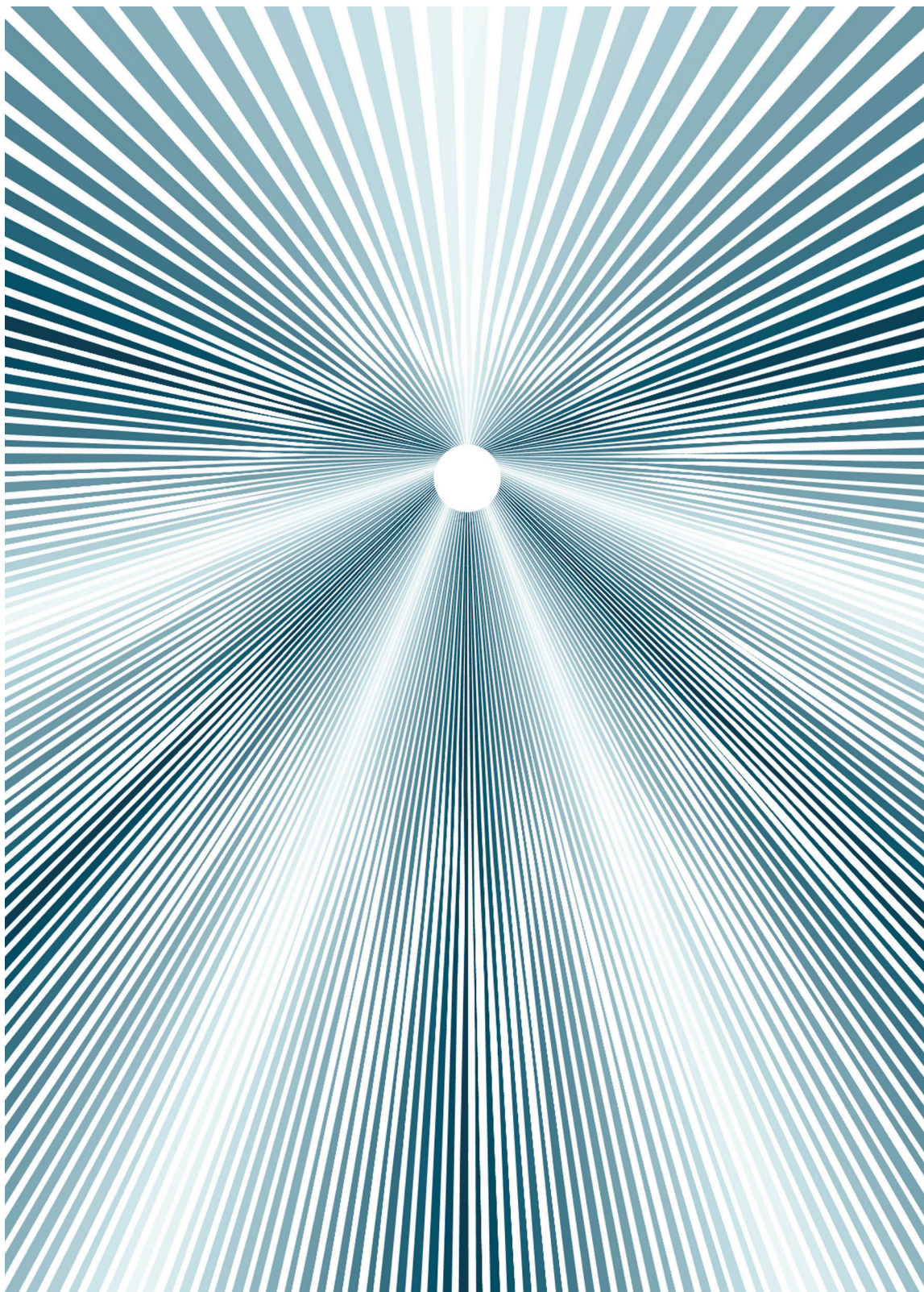
Obrázek 6 /// Example: 3D_2_3_5.lissa



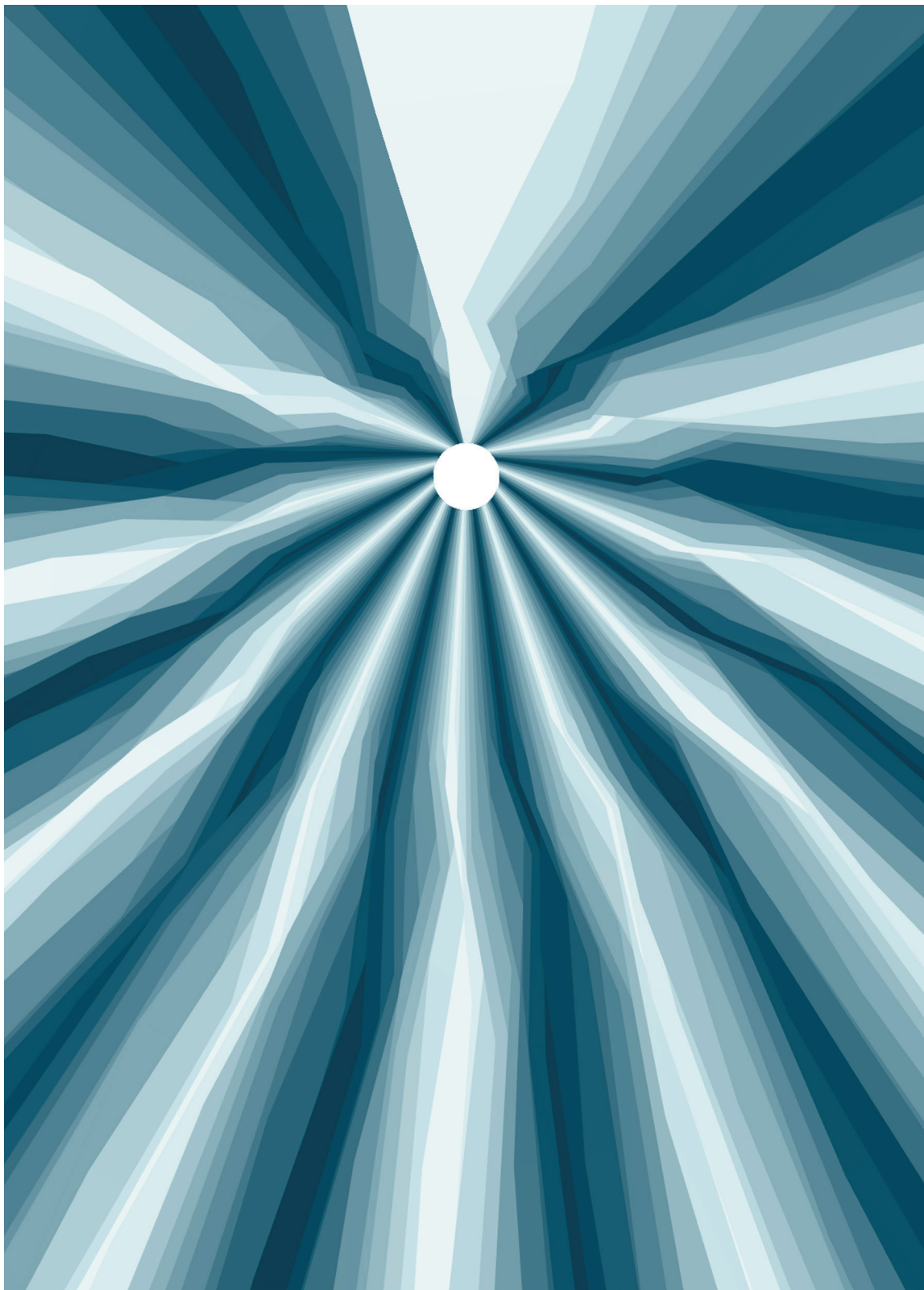
Obrázek 7 /// Example: lightpanel.lissa



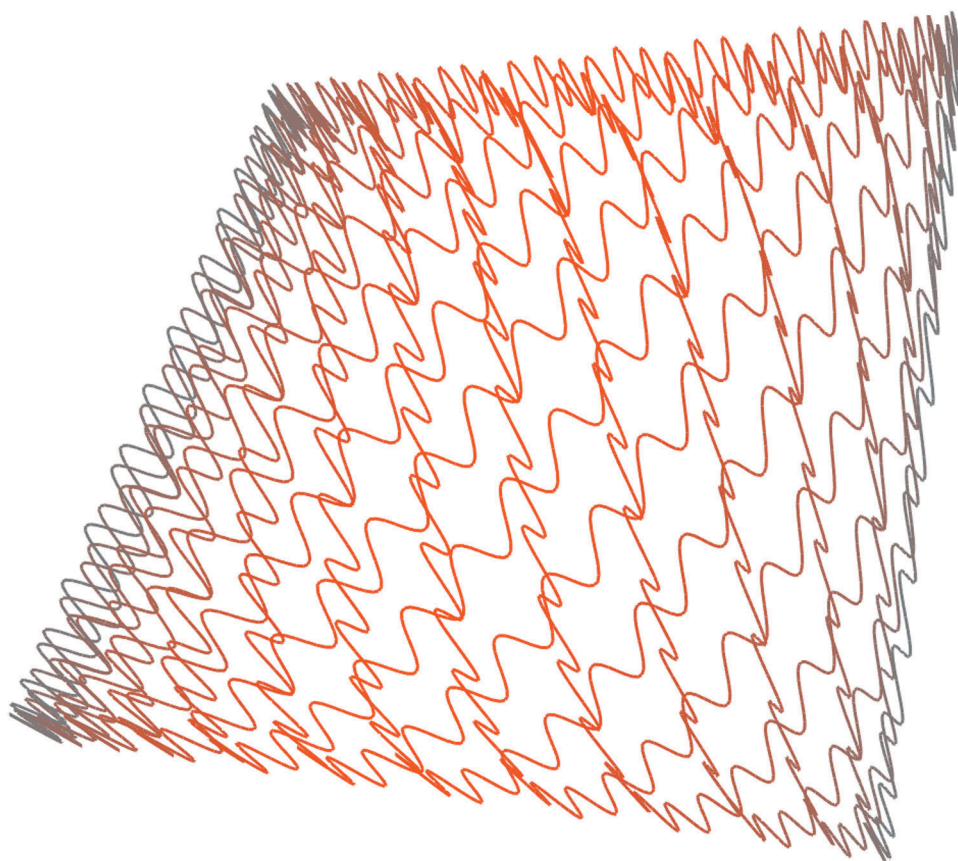
Obrázek 8 /// Example: infinite_eight.lissa



Obrázek 10 /// Example: cyberspace_speed.lissa



Obrázek 9 /// Example: cyberspace_full.lissa



Obrázek 11 /// Example: heated_wire.lissa



Obrázek 12 /// Example: golden_crown.lissa