23. října 2018, Skupina C

Příklad 1. *(2b.) Určete a v rovině načrtněte definiční obor funkce* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \sqrt{\sin x \cos y}.$$

Vyznačte, které části hranice definičního oboru do ní patří či nepatří.

Řešení. Podle znaménka $\sin x$ a $\cos y$ musí být stejná. □

Příklad 2. *(3b) Ukažte, že implicitní předpis*

$$y^3 - x^2 = 1$$

zadává jedinou funkci $y = y(x)$ *pro všechna reálná* x*. Pomocí implicitního popisu spočtěte derivaci* y' *a určete, kde je tato funkce rostoucí a kde klesající.*

Řešení. $y^3 - 1$ musí být nezáporné, pak $x = \pm\sqrt{y^3 - 1}$, což dává hledanou funkci, nejlépe načrtnout. Zbytek dle znaménka derivace. Nebo jde i přímo spočíst derivaci pro obecné x a z toho určit, že funkce klesá pro záporné a roste pro kladné, v nule se dopočítá a máme celou funkci. □

Příklad 3. *(5b.) Určete lokální extrémy funkce* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = x^3 + (x + 1)y^2 + x^2$$

na $\mathbb{R}^2$*. Popište i chování funkce pro veliké hodnoty* x *nebo* y*.*

Řešení. Nalezení dvou stacionárních bodů $[0, 0]$, $[-3/2, 0]$ - 1.5 bodu. Sestavení matice druhých derivací - 1 bod. Jediný extrém je minimum ($[0, 0]$), další bod sedlový - 1.5 bodu. Zbyly bod za nejaky popis limitních hodnot. □