

Desátý dobrovolný domácí úkol

1. Rozhodněte, zda množina

$$S = \{f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \mid z \text{ dělí } f(z) \text{ pro všechna } z \in \mathbb{Z}\}$$

je podokruhem, respektive ideálem, okruhu $(\mathbb{Z}^{\mathbb{Z}}, +, \cdot)$ všech zobrazení na množině \mathbb{Z} s operacemi obvyklého sčítání a obvyklého násobení funkcí.

2. Popište, jak vypadají všechny maximální ideály v okruhu $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$. Existuje v tomto okruhu prvoideál, který není maximálním ideálem?
3. Dokažte precizně, že ideál I okruhu $(\mathbb{Z}[x], +, \cdot)$ sestávající z polynomů z množiny $\mathbb{Z}[x]$ majících všechny koeficienty sudé, je prvoideálem tohoto okruhu.