



list



učo



body



Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

Je dán jazyk \mathcal{L} predikátové logiky, jeho formule φ , realizace \mathcal{M} a teorie T . O každém z následujících vztahů rozhodněte, zda má smysl, a pokud ano, definujte jej: $\mathcal{M} \models \varphi$, $\mathcal{M} \models T$, $\mathcal{M} \vdash \varphi$, $\mathcal{M} \vdash T$, $T \models \varphi$, $T \vdash \varphi$. (Nemusíte uvádět definici důkazu ani Tarského definici sémantiky.)

Příklad 1
20 bodů

Do slova $A \rightarrow A \rightarrow \neg A \rightarrow A$ doplňte závorky tak, aby vznikla formule výrokové logiky s co nejkratší vytvořující posloupností. Uveďte dotýčnou vytvořující posloupnost.

Příklad 2
10 bodů

Nechť \wedge značí operátor NOR, tj. $\psi \wedge \xi \approx \neg(\psi \vee \xi)$. Dejte příklad formule φ systému $\mathcal{L}(\wedge)$ výrokové logiky, která je ekvivalentní formuli $A \rightarrow B$.

Příklad 3
10 bodů

0007

list

2

učo

body

Oblast strojově snímatelných informací. Svě UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

Je dán jazyk $\mathcal{L} = \{ \cdot, P \}$ s rovností, kde \cdot je binární funkční symbol a P je unární predikátový symbol.

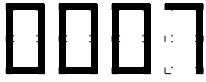
Příklad 4**30 bodů**

Realizaci \mathcal{M} jazyka \mathcal{L} nazveme *pěknou*, právě když splňuje obě následující podmínky:

- nosičem je množina $\{a, b\}^*$ všech (konečných) slov nad abecedou $\{a, b\}$;
- se realizuje jako zřetězení.

Zadejte uzavřenou formuli φ jazyka \mathcal{L} takovou, že pro každou pěknou realizaci \mathcal{M} platí

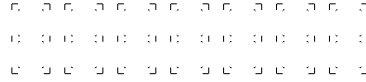
$$\mathcal{M} \models \varphi, \text{ právě když } P \text{ se realizuje jako „je palindrom“, tj. } P_{\mathcal{M}} = \{u \in \{a, b\}^* : u = u^R\}.$$



list



učo



body



Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Je dán jazyk $\mathcal{L} = \{P, Q, R, f, c\}$ bez rovnosti; mimologické symboly popisuje tabulka:

Příklad 5
30 bodů

symbol	typ	arita
P, Q, R	predikátový	1
f	funkční	1
c	funkční	0

Uvažme následující teorii nad jazykem \mathcal{L} :

$$T = \{P(c), P(x) \rightarrow Q(f(x)), Q(x) \rightarrow R(f(x)), R(x) \rightarrow P(f(x)), P(x) \rightarrow (P(f(x)) \vee R(f(x)))\}$$

Popište kanonickou strukturu \mathcal{M} teorie T . Dokažte, že do $P_{\mathcal{M}}$ nepatří nic víc, než tvrdíte.

0007

list

4

učo

body

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

Je dán jazyk $\mathcal{L} = \{f\}$ s rovnostmi, kde f je unární funkční symbol. Rozhodněte a dokažte, zda existuje teorie T jazyka \mathcal{L} , jejíž modely jsou právě ty realizace \mathcal{M} jazyka \mathcal{L} , kde:

- a) právě tři individua mají nekonečně mnoho vzorů v $f_{\mathcal{M}}$;
- b) nekonečně mnoho individuí má právě tři vzory v $f_{\mathcal{M}}$.

Příklad 6
30 bodů

0007

list

5

učo

body

Oblast strojově snímatelných informací. Svě UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

Je dán jazyk $\mathcal{L} = \{P, f\}$ s rovností, kde P je unární predikátový symbol a f je unární funkční symbol.

Příklad 7**30 bodů**

Uvažme jeho realizaci \mathcal{M} , kde nosičem je množina $M = \{0, 1, \dots, 11\}$, $P_{\mathcal{M}} = \{0, 4, 6, 8, 9\}$ a $f_{\mathcal{M}}$ je permutace $(0\ 1\ 2\ 3)(4\ 5\ 6\ 7)(8\ 9\ 10\ 11)$, tj. $f_{\mathcal{M}}(n) = 4\lfloor n/4 \rfloor + ((n+1) \bmod 4)$ pro lib. $n \in M$.

Definice. Řekneme, že formule $\varphi(x)$ jazyka \mathcal{L} je *rozpoznávající* formule pro individuum $n \in M$, právě když pro každé ohodnocení e platí $\mathcal{M} \models \varphi[e] \Leftrightarrow e(x) = n$.

Rozhodněte a dokažte, pro která individua $n \in M$ existuje jejich rozpoznávající formule.