Pohled zpět

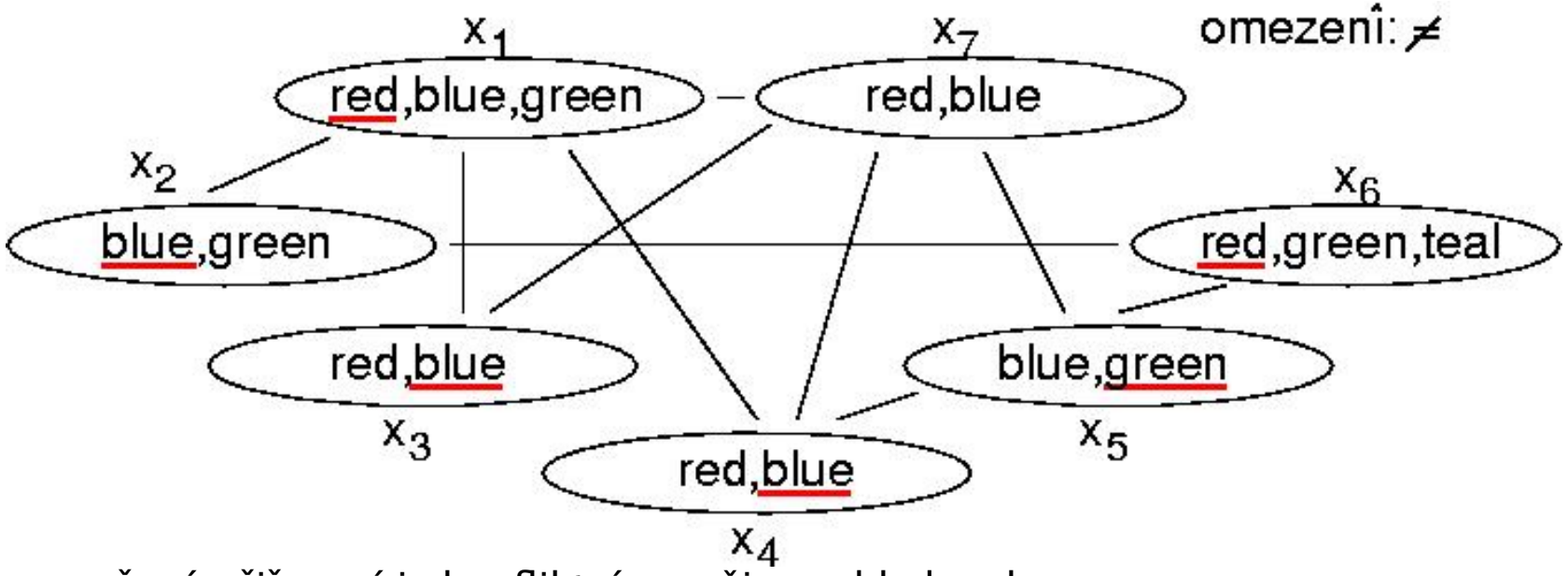
Přehled algoritmů pohledu zpět *look-back*

- **Algoritmy skoku zpět (*backjumping*)**
  - při zpětném průchodu se nevracíme pouze jeden krok jako algoritmus backtrackingu
  - snažíme se vracet co nejdále až ke zdroji chyby
- **Algoritmy učení (*constraint recording, no-good learning*)**
  - *no-good* = chybné částečné přiřazení
  - přidáme nová omezení, která zakazují nalezená chybná přiřazení
- **Dynamický backtracking**
  - při skoku zpět se snažíme nezapomínat už udělanou práci
  - měníme hodnoty pouze u minulých proměnných s konfliktem (ostatní neměníme)
  - realizace: změníme uspořádání proměnných
- **Backmarking**
  - pamatuje si, kde testy na konzistenci neuspěly
  - eliminuje opakování dříve provedených konzistenčních testů

Konfliktní množina

pevné uspořádání proměnných $(x_1, \ldots, x_n)$

- Mějme částečné konzistentní přiřazení $\vec{a} = (a_{i_1}, \ldots, a_{i_k})$ libovolné podmnožiny proměnných a uvažujme dosud nepřiřazenou proměnnou x. Jestliže neexistuje hodnota b z domény x tak, aby $(\vec{a}, x = b)$ bylo konzistentní, říkáme, že $\vec{a}$ je **konfliktní množina** x a nebo, že $\vec{a}$ je **v konfliktu s** x.

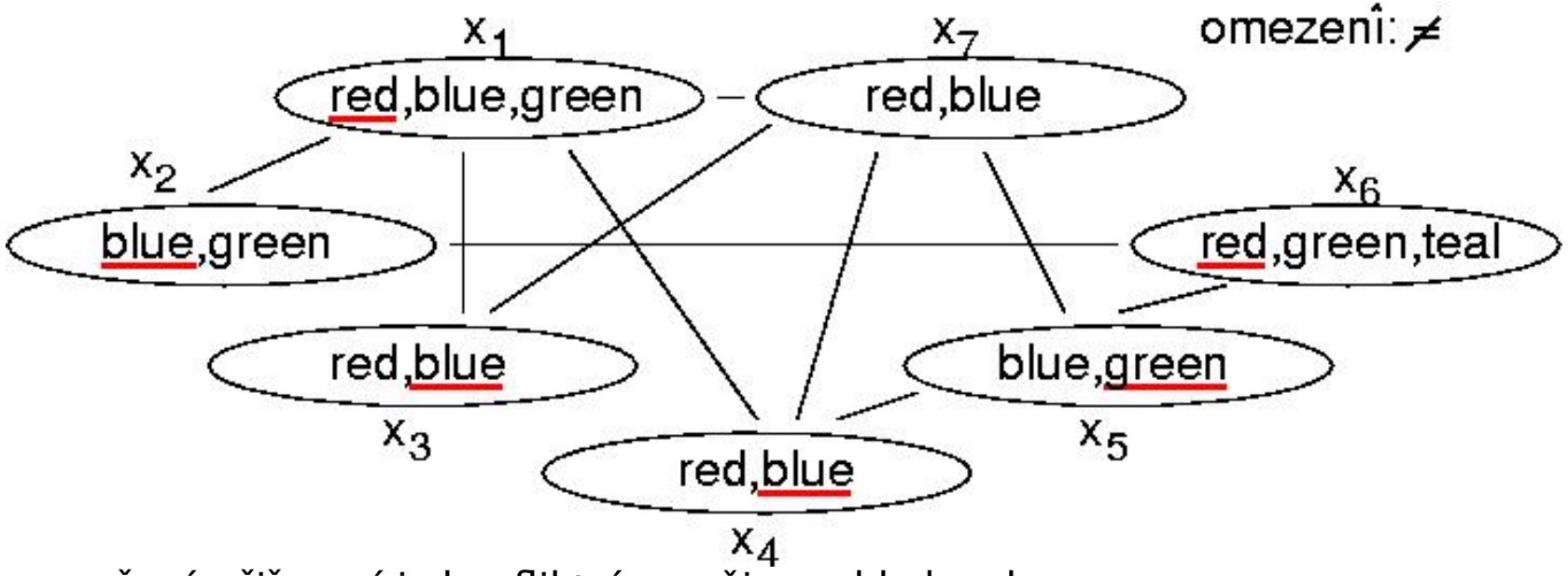


- vyznačené přiřazení je konfliktní množina vzhledem k x_7

Konfliktní množina

pevné uspořádání proměnných $(x_1, \ldots, x_n)$

- Mějme částečné konzistentní přiřazení $\vec{a} = (a_{i_1}, \ldots, a_{i_k})$ libovolné podmnožiny proměnných a uvažujme dosud nepřiřazenou proměnnou x. Jestliže neexistuje hodnota b z domény x tak, aby $(\vec{a}, x = b)$ bylo konzistentní, říkáme, že $\vec{a}$ je **konfliktní množina** x a nebo, že $\vec{a}$ je **v konfliktu s** x.



  - vyznačené přiřazení je konfliktní množina vzhledem k x_7

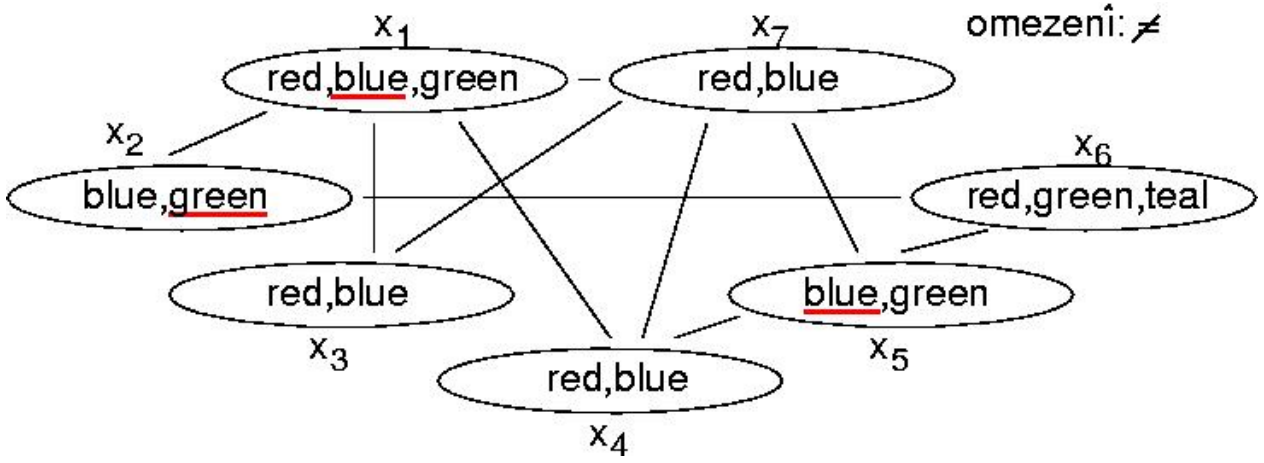
- Pokud $\vec{a}$ neobsahuje j-tici ($j < k$), která je v konfliktu s x, pak nazýváme $\vec{a}$ **minimální konfliktní množina**. $\{x_1/red, x_3/blue\}$: min.konf.množina vzhledem k x_7

Chybné přiřazení

- Mějme částečné konzistentní přiřazení $\vec{a}_{i-1} = (a_1, \ldots, a_{i-1})$. Jestliže je $\vec{a}_{i-1}$ v konfliktu s x_i, pak ho nazýváme **list slepé větve**.
  - přiřazení v předchozím příkladu je list slepé větve

Chybné přiřazení

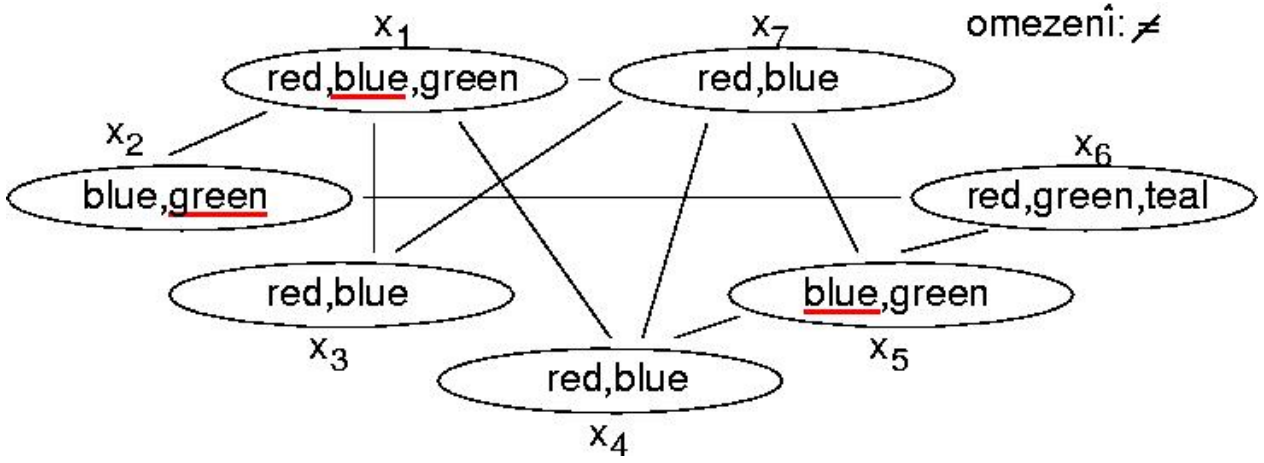
- Mějme částečné konzistentní přiřazení $\vec{a}_{i-1} = (a_1, \ldots, a_{i-1})$. Jestliže je $\vec{a}_{i-1}$ v konfliktu s x_i, pak ho nazýváme **list slepé větve**.
  - přiřazení v předchozím příkladu je list slepé větve
- Částečné přiřazení $\vec{a}$, které se nevyskytuje v žádném řešení CSP, se nazývá **chybné přiřazení (*no-good*)**.
  - konfliktní množiny jsou chybná přiřazení



  - $[x_1/\text{blue}, x_2/\text{green}, x_5/\text{blue}]$ je chybné přiřazení, ale nepatří do žádné konfliktní množiny

Chybné přiřazení

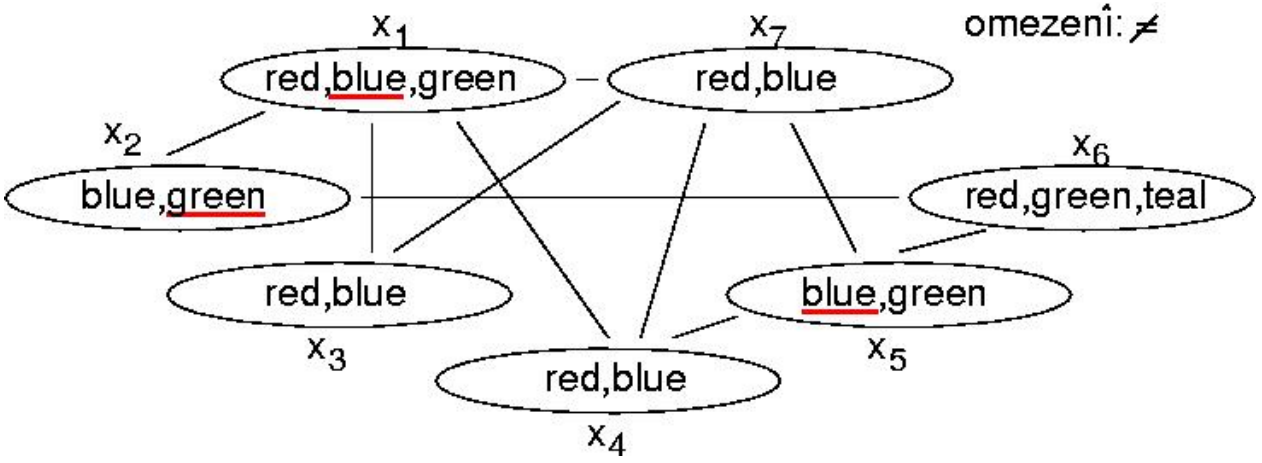
- Mějme částečné konzistentní přiřazení $\vec{a}_{i-1} = (a_1, \ldots, a_{i-1})$. Jestliže je $\vec{a}_{i-1}$ v konfliktu s x_i, pak ho nazýváme **list slepé větve**.
  - přiřazení v předchozím příkladu je list slepé větve
- Částečné přiřazení $\vec{a}$, které se nevyskytuje v žádném řešení CSP, se nazývá **chybné přiřazení (*no-good*)**.
  - konfliktní množiny jsou chybná přiřazení



  - $[x_1/\text{blue}, x_2/\text{green}, x_5/\text{blue}]$ je chybné přiřazení, ale nepatří do žádné konfliktní množiny
  - konflitní množina = chybné přiřazení vzhledem k jediné proměnné

Chybné přiřazení

- Mějme částečné konzistentní přiřazení $\vec{a}_{i-1} = (a_1, \ldots, a_{i-1})$. Jestliže je $\vec{a}_{i-1}$ v konfliktu s x_i, pak ho nazýváme **list slepé větve**.
  - přiřazení v předchozím příkladu je list slepé větve
- Částečné přiřazení $\vec{a}$, které se nevyskytuje v žádném řešení CSP, se nazývá **chybné přiřazení (*no-good*)**.
  - konfliktní množiny jsou chybná přiřazení

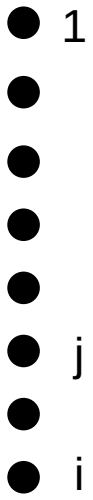


  - $[x_1/\text{blue}, x_2/\text{green}, x_5/\text{blue}]$ je chybné přiřazení, ale nepatří do žádné konfliktní množiny
  - konflitní množina = chybné přiřazení vzhledem k jediné proměnné
- **Minimální chybná přiřazení** neobsahují chybná přiřazení méně proměnných.

Konfliktní proměnná

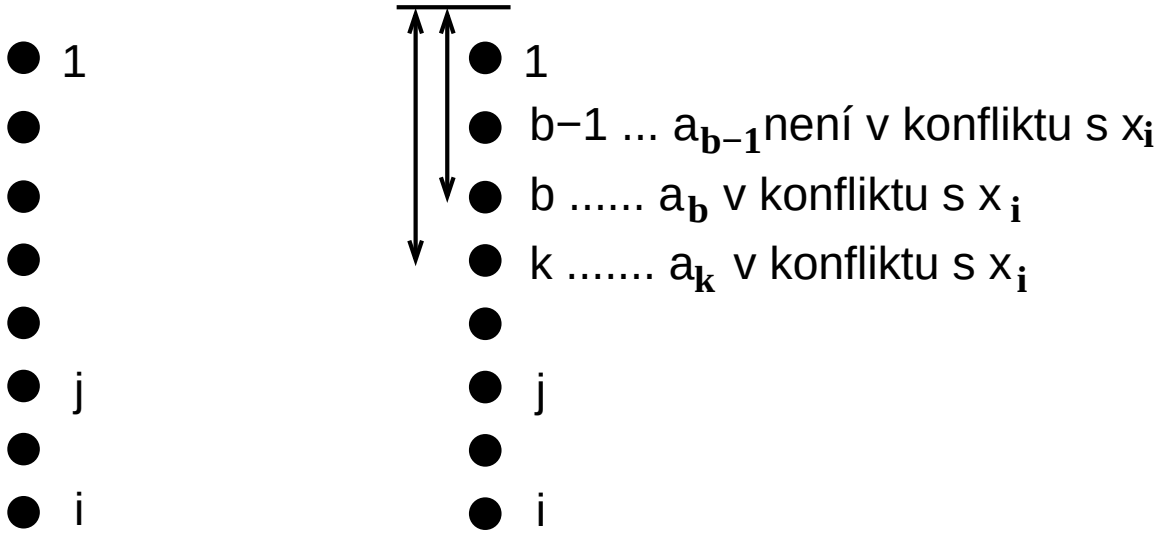
- Mějme list slepé větve $\vec{a}_{i-1}$. Proměnná x_j $(j < i-1)$ je **bezpečná**, pokud je $\vec{a}_j$ chybné přiřazení.
  - také říkáme, že skok z x_i na x_j je bezpečný

nevynecháme žádné řešení



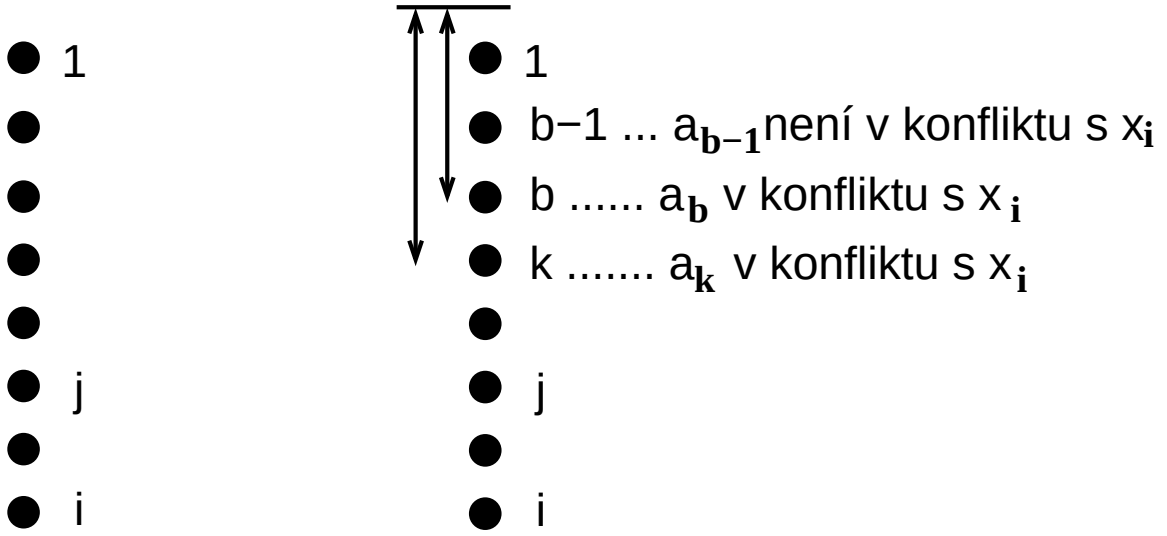
Konfliktní proměnná

- Mějme list slepé větve $\vec{a}_{i-1}$. Proměnná x_j $(j < i-1)$ je **bezpečná**, pokud je $\vec{a}_j$ chybné přiřazení.
  - také říkáme, že skok z x_i na x_j je bezpečný — nevynecháme žádné řešení
- Mějme list slepé větve $\vec{a}_{i-1}$. Proměnná x_b je **konfliktní proměnná (*culprit*)** vzhledem k $\vec{a}_{i-1}$, jestliže $b = \min\{k < i \mid \vec{a}_k \text{ v konfliktu s } x_i\}$.



Konfliktní proměnná

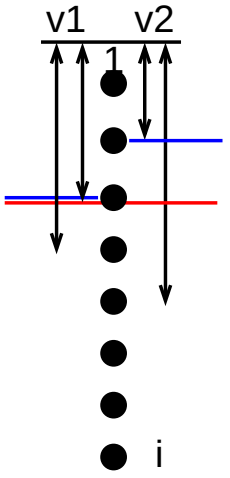
- Mějme list slepé větve $\vec{a}_{i-1}$. Proměnná x_j $(j < i-1)$ je **bezpečná**, pokud je $\vec{a}_j$ chybné přiřazení.
  - také říkáme, že skok z x_i na x_j je bezpečný — nevynecháme žádné řešení
- Mějme list slepé větve $\vec{a}_{i-1}$. Proměnná x_b je **konfliktní proměnná (*culprit*)** vzhledem k $\vec{a}_{i-1}$, jestliže $b = \min\{k < i \mid \vec{a}_k \text{ v konfliktu s } x_i\}$.



- *Tvrzení:* Skok ke konfliktní proměnné je bezpečný.

Gaschnigův skok zpět

- ***Gaschnig's backjumping*** **(GBJ)**
  - když nedokážeme přiřadit hodnotu proměnné x_i,
    vracíme se zpět (skáčeme zpět) ke konfliktní proměnné
  - určení konfliktní proměnné
    - pro každou hodnotu vi $\in x_i$ nalezneme proměnnou s nejmenším indexem,
      která je s x_i/vi v konfliktu
      (přiřazení této proměnné musíme určitě změnit, aby šla hodnota vi použít)
    - konfliktní proměnná je ta z nich, která má největší index
      (když její hodnotu změníme, můžeme zrušit konflikt s odpovídající hodnotou)



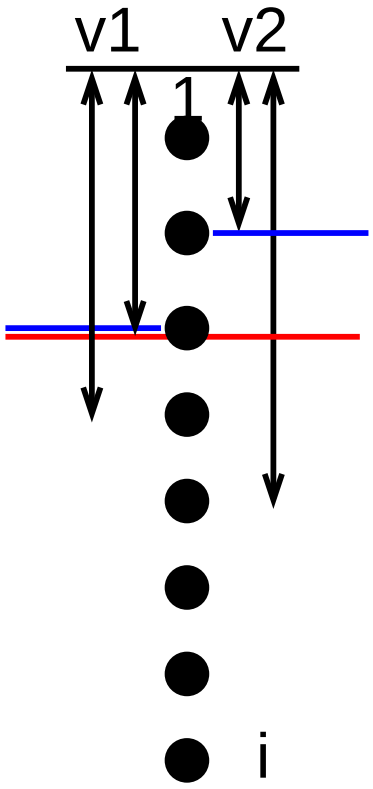
Algoritmus GBJ

Každá proměnná x_i uchovává v $latest_i$ index konfliktní proměnné

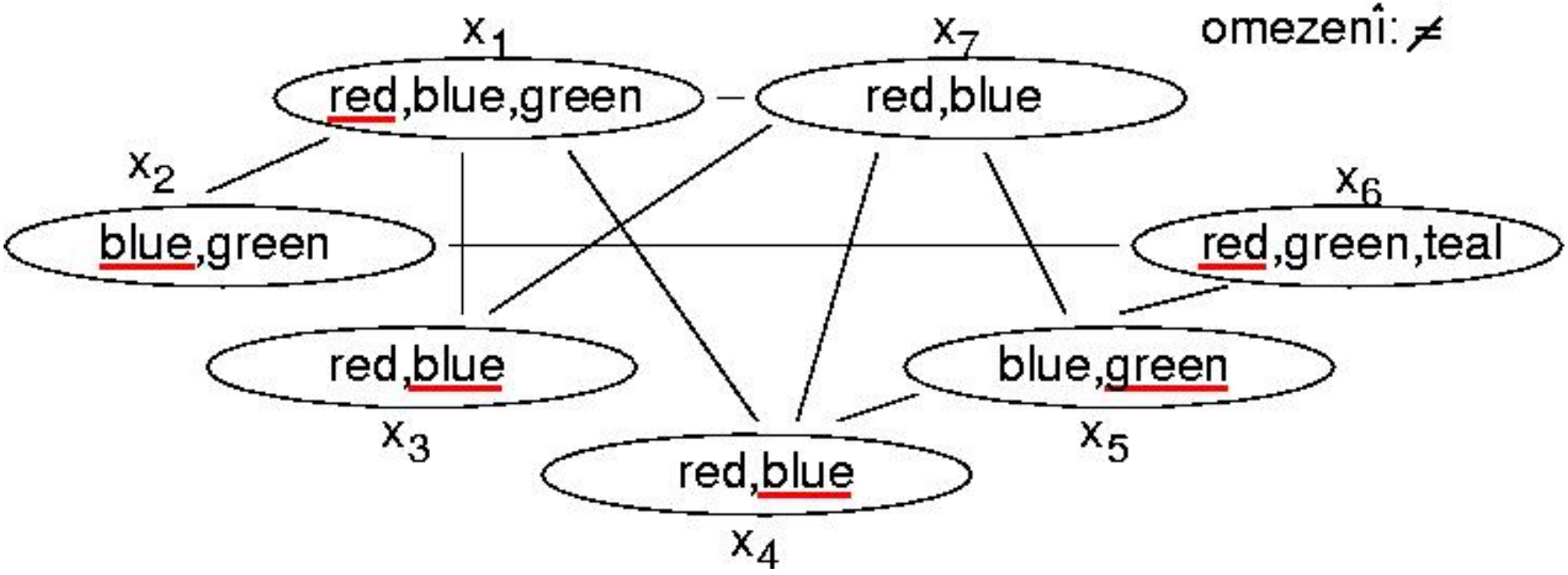
```
procedure GBJ((X,D,C))                                  rozdíly od backtrackingu
i := 1                          (inicializace čítače proměnných)
D'_i := D_i                     (kopírování domény)
latest_i := 0                   (inicializace čítače na konfliktní proměnnou
while 1 ≤ i ≤ n
      přiřazení x_i := Select-Value-GBJ
      if x_i is null            (žádná hodnota nebyla vrácena)
         i := latest_i          (skok zpět)
      else i := i + 1           (dopředná fáze)
           D'_i := D_i
           latest_i := 0
if i = 0 return ,,nekonzistentní''
else return přiřazené hodnoty {x_1,...,x_n}
end GBJ
```

GBJ: výběr hodnoty

```
procedure Select-Value-GBJ
while D'_i is not empty
      vyber a smaž libovolný v ∈ D'_i
      consistent := true
      k := 1
      while k < i ∧ consistent
            if k > latest_i
               latest_i := k
            if not Consistent(v⃗_k, x_i = v)
               consistent := false
            else k := k+1
      if consistent
         return v
return null            (v doméně x_i neexistuje konzistentní hodnota)
```



GBJ: příklad



- vyznačené přiřazení zároveň říká, že předchozí hodnoty už jsme vyzkoušeli (a vyřadili)
- $x_7 =$ red vyřadí x_1 (tj. $latest_7 = 1$), $x_7 =$ blue vyřadí $x_3 \Longrightarrow$ celkem $latest_7 = 3$
- vracíme se ke konfliktní proměnné x_3, ta už má ale prázdnou doménu
- $latest_3 = 2$, vracíme se tedy k x_2
  - x_3=red dala $latest_3$ na 1, x_3=blue dala $latest_3$ na 2
- lépe (až k x_1) se ale vrátit neumíme, GBJ se v tomto okamžiku vrací k předchozí proměnné

Konflikty řízený skok zpět

Conflict-directed backjumping CBJ

- Při skoku zpět na proměnnou x_j z listu slepé větve nemusíme nalézt v doméně x_j žádné hodnoty pro přiřazení. $\vec{a}_{j-1}$ se pak nazývá **vnitřní slepá větev**.

Konflikty řízený skok zpět

Conflict-directed backjumping CBJ

- Při skoku zpět na proměnnou x_j z listu slepé větve nemusíme nalézt v doméně x_j žádné hodnoty pro přiřazení. $\vec{a}_{j-1}$ se pak nazývá **vnitřní slepá větev**.
- CBJ skáče zpět v listu slepé větve i ve vnitřní slepé větvi
  - udržujeme J_i **množinu skoků zpět** pro každou proměnnou pomocí nesplněných omezení
  - proměnná $x_j (j < i)$ je **bližší** k x_i než $x_k (k < i)$, jestliže $j > k$, naopak x_k je **vzdálenější**
  - omezení R je **vzdálenější než** omezení S, jestliže je nejbližší proměnná v rozsahu R vzdálenější než nejbližší proměnná v rozsahu S (pokud totožné proměnné, rozhodují další proměnné). Pro uspořádání $(x_1, x_2, \ldots)$:
    - rozsah R_1: (x_3, x_5, x_7), rozsah S_1: (x_2, x_6, x_8, x_9) R_1 je vzdálenější než S_1 od x_{10}

Konflikty řízený skok zpět

Conflict-directed backjumping CBJ

- Při skoku zpět na proměnnou x_j z listu slepé větve nemusíme nalézt v doméně x_j žádné hodnoty pro přiřazení. $\vec{a}_{j-1}$ se pak nazývá **vnitřní slepá větev**.
- CBJ skáče zpět v listu slepé větve i ve vnitřní slepé větvi
  - udržujeme J_i **množinu skoků zpět** pro každou proměnnou pomocí nesplněných omezení
  - proměnná $x_j (j < i)$ je **bližší** k x_i než $x_k (k < i)$, jestliže $j > k$, naopak x_k je **vzdálenější**
  - omezení R je **vzdálenější než** omezení S, jestliže je nejbližší proměnná v rozsahu R vzdálenější než nejbližší proměnná v rozsahu S (pokud totožné proměnné, rozhodují další proměnné). Pro uspořádání $(x_1, x_2, \ldots)$:
    - rozsah R_1: (x_3, x_5, x_7), rozsah S_1: (x_2, x_6, x_8, x_9) R_1 je vzdálenější než S_1 od x_{10}
      rozsah R_2: (x_3, x_5, x_8, x_9), rozsah S_2: (x_2, x_6, x_8, x_9) R_2 je vzdálenější než S_2 od x_{10}

Konflikty řízený skok zpět

Conflict-directed backjumping CBJ

- Při skoku zpět na proměnnou x_j z listu slepé větve nemusíme nalézt v doméně x_j žádné hodnoty pro přiřazení. $\vec{a}_{j-1}$ se pak nazývá **vnitřní slepá větev**.
- CBJ skáče zpět v listu slepé větve i ve vnitřní slepé větvi
  - udržujeme J_i **množinu skoků zpět** pro každou proměnnou pomocí nesplněných omezení
  - proměnná $x_j (j < i)$ je **bližší** k x_i než $x_k (k < i)$, jestliže $j > k$, naopak x_k je **vzdálenější**
  - omezení R je **vzdálenější než** omezení S, jestliže je nejbližší proměnná v rozsahu R vzdálenější než nejbližší proměnná v rozsahu S (pokud totožné proměnné, rozhodují další proměnné). Pro uspořádání $(x_1, x_2, \ldots)$:
    - rozsah R_1: (x_3, x_5, x_7), rozsah S_1: (x_2, x_6, x_8, x_9) — R_1 je vzdálenější než S_1 od x_{10}
      rozsah R_2: (x_3, x_5, x_8, x_9), rozsah S_2: (x_2, x_6, x_8, x_9) — R_2 je vzdálenější než S_2 od x_{10}
  - mezi nesplněnými omezeními vybereme to nejvzdálenější
    (ostatní omezení neumožní nejdelší možný skok zpět)
  - skočíme zpět na nejbližší proměnnou v tomto omezení
    (je bezpečné změnit proměnnou, která byla nejpozději přiřazená)

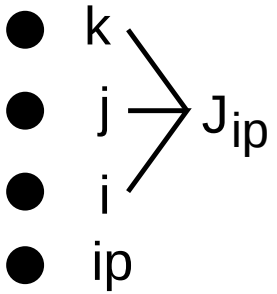
CBJ: výběr hodnoty

```
procedure Select-Value-CBJ
while D'_i is not empty
      vyber a smaž libovolný v ∈ D'_i
      consistent := true
      k := 1
      while k < i ∧ consistent
            if Consistent(v⃗_k, x_i = v)
               k := k + 1
            else R := nejvzdálenější nesplněné omezení
                 přidej proměnné v rozsahu R vyjma x_i do J_i
                 consistent := false
      if consistent
         return v
return null              (v doméně x_i neexistuje konzistentní hodnota)
```

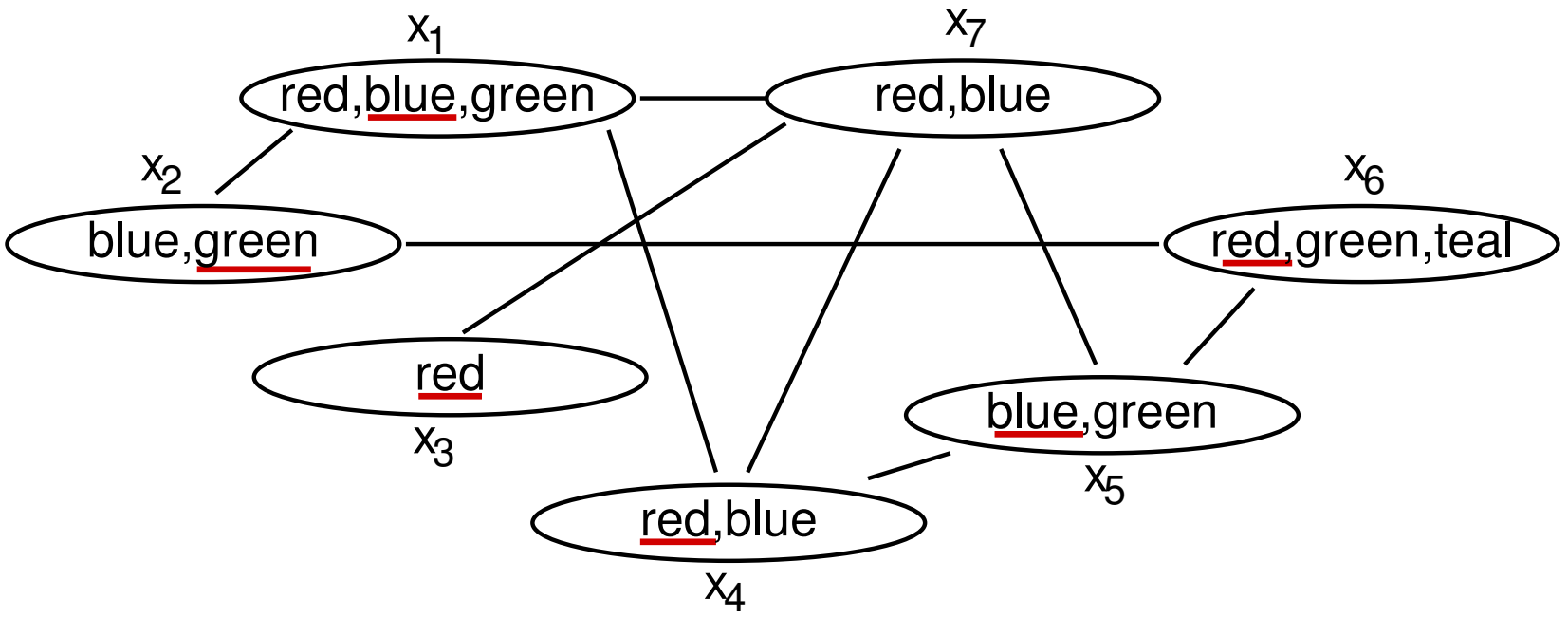
Algoritmus CBJ

rozdíly od backtrackingu

```
procedure CBJ((X,D,C))
i := 1                                   (inicializace čítače proměnných)
D'_i := D_i                              (kopírování domény)
J_i := ∅                                 (inicializace množiny skoků zpět)
while 1 ≤ i ≤ n
      přiřazení x_i := Select-Value-CBJ
      if x_i is null                     (žádná hodnota nebyla vrácena)
         ip := i
         i := index poslední proměnné v J_i     (skok zpět)
         J_i := J_i ∪ J_ip − {x_i}              (spoj množiny skoku zpět)
                (takto upravená J_i se použije ve vnitřní slepé větvi)
      else i := i + 1                    (dopředná fáze)
           D'_i := D_i
           J_i := ∅
if i = 0 return ,,nekonzistentní''
else return přiřazené hodnoty {x_1,...,x_n}
end CBJ
```



CBJ: příklad



- před vstupem do Select-Value-CBJ pro proměnnou x_7 je $J_7 = \emptyset$
- $x_3 \neq x_7$ je nejvzdálenější omezení, které vyřadilo x_7 =red, tedy $J_7 = \{x_3\}$
- $x_1 \neq x_7$ je nejvzdálenější omezení, které vyřadilo x_7 =blue, tedy $J_7 = \{x_1, x_3\}$
- skáčeme zpět na poslední proměnnou v J_7, tedy na x_3
- do J_3, která byla zatím prázdná, přidáme x_1
- doména x_3 je prázdná, v J_3 je jediná proměnná x_1 a na tu se vracíme

Algoritmy učení

- Množiny skoků zpět jsou chybná přiřazení vypočítaná během prohledávání
- Tato chybná přiřazení se mohou vyskytovat i později v jiných cestách stromu prohledávání a jsou znovu počítána
- Přidáme chybná přiřazení jako nová omezení při detekci slepé větve
  - nemá cenu uchovávat celou slepou větev $\vec{a}_i$ v proměnné x_{i+1}
    na toto přiřazení už později nenarazíme
  - uchováme chybná přiřazení na podmnožině proměnných $\{x_1, \ldots, x_i\}$
- Prořezávání stavového prostoru
  - čím menší chybná přiřazení se podaří uchovat, tím rychlejší bude prohledávání
- Zvětšování množiny omezení
  - cena za prořezávání stavového prostoru nesmí přerůst cenu za zvětšování množiny omezení

Učení skoku zpět (*jumpback learning*)

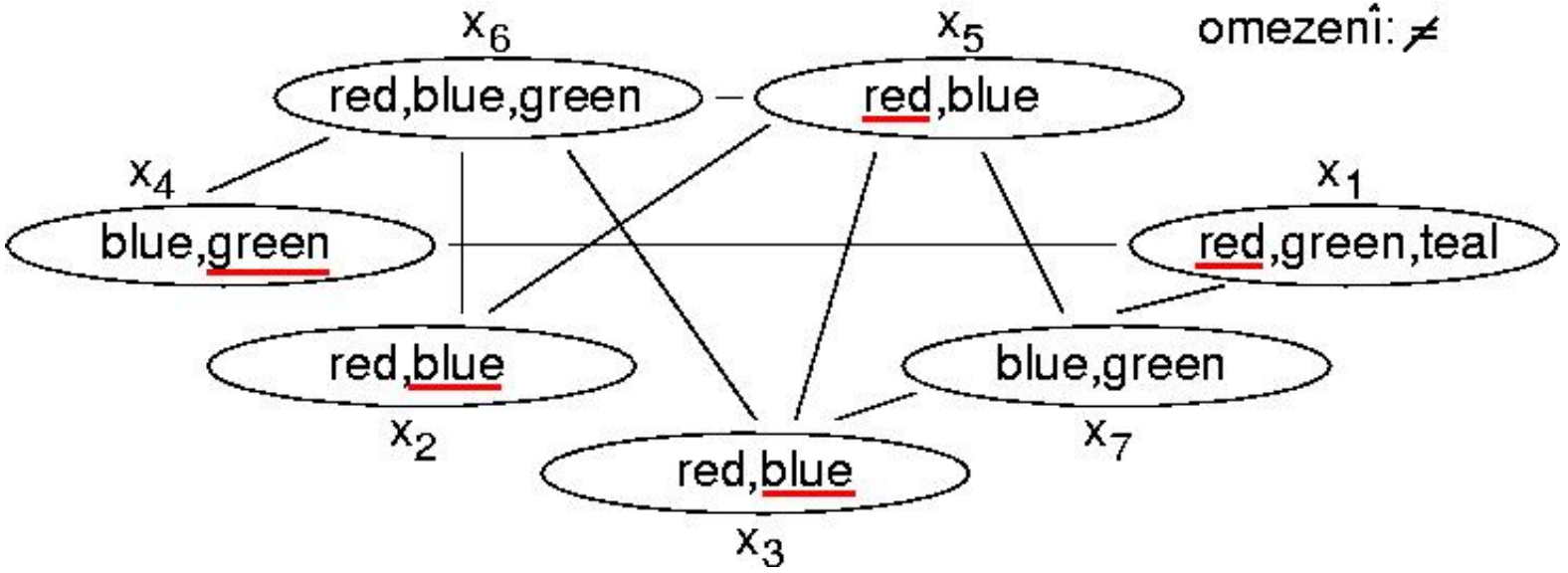
- Využijeme chybná přiřazení, která jsme se naučili v CBJ
- Algoritmus učení skoku zpět ≡ CBJ + přidávání nových omezení
- Po dosažení listu slepé větve $\vec{a}_{i-1}$ přidáme omezení zakazující $\vec{a}_{i-1}[J_i]$

  projekce na J_i

Učení skoku zpět (*jumpback learning*)

- Využijeme chybná přiřazení, která jsme se naučili v CBJ
- Algoritmus učení skoku zpět ≡ CBJ + přidávání nových omezení
- Po dosažení listu slepé větve $\vec{a}_{i-1}$ přidáme omezení zakazující $\vec{a}_{i-1}[J_i]$

projekce na J_i



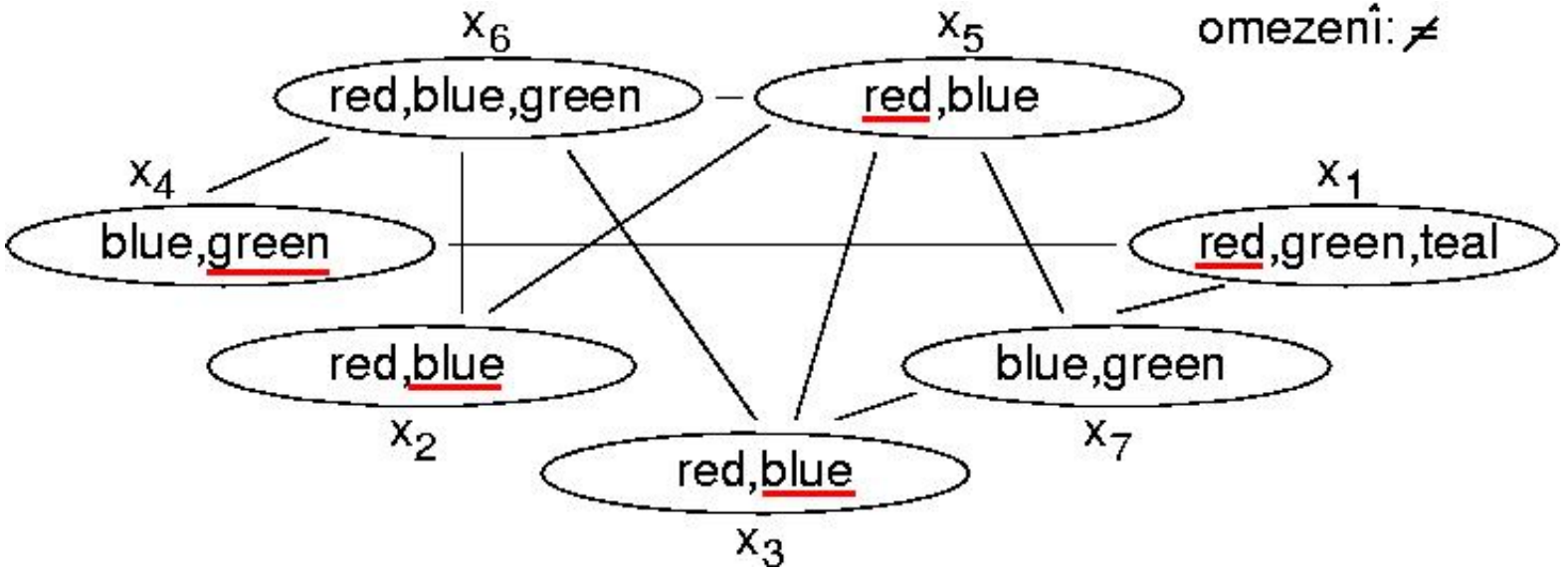
- po dosažení listu slepé větve v x_6 je $J_6 = \{x_2, x_4, x_5\}$

  ⇐ red vyřadila $x_6 \neq x_5$, blue vyřadila $x_6 \neq x_2$, green vyřadila $x_6 \neq x_4$

Učení skoku zpět (*jumpback learning*)

- Využijeme chybná přiřazení, která jsme se naučili v CBJ
- Algoritmus učení skoku zpět ≡ CBJ + přidávání nových omezení
- Po dosažení listu slepé větve $\vec{a}_{i-1}$ přidáme omezení zakazující $\vec{a}_{i-1}[J_i]$

projekce na J_i



- po dosažení listu slepé větve v x_6 je $J_6 = \{x_2, x_4, x_5\}$

  ⇐ red vyřadila $x_6 \neq x_5$, blue vyřadila $x_6 \neq x_2$, green vyřadila $x_6 \neq x_4$

- $\vec{a}_5[J_6]$ tedy zakazuje přiřazení $[\langle x_2,\text{blue}\rangle, \langle x_4,\text{green}\rangle, \langle x_5,\text{red}\rangle]$
- později při procházení stromu lze např. ze znalosti x_2 =blue, x_4 =green odvodit $x_5 \neq$red