MB152 – cvičení

Limity a derivace

Petr Liška

Masarykova univerzita

14.10.2020

Příklad 1 a)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}.$$

Příklad 1 a)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4} \cdot \frac{(\sqrt{x^2+1}+1)(\sqrt{x^2+16}+4)}{(\sqrt{x^2+1}+1)(\sqrt{x^2+16}+4)} =$$

Příklad 1 a)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4} \cdot \frac{(\sqrt{x^2+1}+1)(\sqrt{x^2+16}+4)}{(\sqrt{x^2+1}+1)(\sqrt{x^2+16}+4)} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(x^2+1-1)\cdot(\sqrt{x^2+16}+4)}{(x^2+16-16)\cdot(\sqrt{x^2+1}+1)} = \frac{8}{2} = 4$$

Příklad 1 b)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+ax}-\sqrt{x^2+bx}\right).$$

Příklad 1 b)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+ax}-\sqrt{x^2+bx}\right).$$

Řešení:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+ax}-\sqrt{x^2+bx}\right)\cdot\frac{\sqrt{x^2+ax}+\sqrt{x^2+bx}}{\sqrt{x^2+ax}+\sqrt{x^2+bx}}=$$

Příklad 1 b)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+ax}-\sqrt{x^2+bx}\right).$$

Řešení:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+ax}-\sqrt{x^2+bx}\right)\cdot\frac{\sqrt{x^2+ax}+\sqrt{x^2+bx}}{\sqrt{x^2+ax}+\sqrt{x^2+bx}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+ax-x^2-bx}{\sqrt{x^2+ax}+\sqrt{x^2+bx}}=\lim_{x\to\infty}\frac{(a-b)x}{\sqrt{x^2+ax}+\sqrt{x^2+bx}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{(a-b)x}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{a}{x}\right)}+\sqrt{x^2\left(1+\frac{b}{x}\right)}}=\frac{a-b}{2}$$

Příklad 1 c)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 + 5x}{2x^3 - x^2 + 4}.$$

Příklad 1 c)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3+5x}{2x^3-x^2+4}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3+5x}{2x^3-x^2+4} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3\left(1+\frac{5}{x^2}\right)}{x^3\left(2-\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}\right)} =$$

Příklad 1 c)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3+5x}{2x^3-x^2+4}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3+5x}{2x^3-x^2+4} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3\left(1+\frac{5}{x^2}\right)}{x^3\left(2-\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}\right)} = \frac{1}{2}$$

Příklad 1 d)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{x^3+x^2-1}.$$

Příklad 1 d)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{x^3+x^2-1}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{x^3+x^2-1} =$$

Příklad 1 d)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{x^3+x^2-1}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{x^3+x^2-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x^3} =$$

Příklad 1 d)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{x^3+x^2-1}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{x^3+x^2-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x^3} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Příklad 1 e)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x + x^3 + x^5}{1 - x^2 - x^4}.$$

Příklad 1 e)

Vypočtěte

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x + x^3 + x^5}{1 - x^2 - x^4}.$$

Řešení:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x + x^3 + x^5}{1 - x^2 - x^4} =$$

Příklad 1 e)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x + x^3 + x^5}{1 - x^2 - x^4}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x + x^3 + x^5}{1 - x^2 - x^4} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^5}{-x^4} =$$

Příklad 1 e)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x + x^3 + x^5}{1 - x^2 - x^4}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x + x^3 + x^5}{1 - x^2 - x^4} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^5}{-x^4} = \lim_{x\to\infty} (-x) = -\infty.$$

Příklad 1 f)

Vypočtěte

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2}{x - 2}.$$

Příklad 1 f)

Vypočtěte

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2}{x-2}.$$

Řešení:

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{x^2}{x-2} = \left| \frac{4}{+0} \right| = \infty$$

Příklad 1 f)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2}{x-2}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2}{x-2} = \left|\frac{4}{+0}\right| = \infty$$

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{x^2}{x-2} = \left|\frac{4}{-0}\right| = -\infty$$

Příklad 1 f)

Vypočtěte
$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2}{x-2}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2}{x-2} = \left|\frac{4}{+0}\right| = \infty$$

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{x^2}{x-2} = \left|\frac{4}{-0}\right| = -\infty$$

limita neexistuje

Příklad 1 g)

Vypočtěte

$$\lim_{x \to 0} \frac{4-x}{1-\cos x}.$$

Příklad 1 g)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} \frac{4-x}{1-\cos x}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{4-x}{1-\cos x} = \left| \frac{4}{+0} \right| = \infty$$

Příklad 1 g)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} \frac{4-x}{1-\cos x}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{4-x}{1-\cos x} = \left|\frac{4}{+0}\right| = \infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{4-x}{1-\cos x} = \left|\frac{4}{+0}\right| = \infty$$

Příklad 1 g)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} \frac{4-x}{1-\cos x}.$$

Řešení:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{4-x}{1-\cos x} = \left|\frac{4}{+0}\right| = \infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{4-x}{1-\cos x} = \left|\frac{4}{+0}\right| = \infty$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{4-x}{1-\cos x} = \infty$$

Příklad 1 h)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} \mathrm{e}^{\frac{x-1}{x^2}}$$

Příklad 1 h)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} \mathrm{e}^{\frac{x-1}{x^2}}$$

Řešení:

$$\lim_{x\to 0} \mathrm{e}^{\frac{x-1}{x^2}} = \mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-1}{x^2}}$$

Příklad 1 h)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} \mathrm{e}^{\frac{x-1}{x^2}}$$

Řešení:

$$\lim_{x\to 0} \mathrm{e}^{\frac{x-1}{x^2}} = \mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-1}{x^2}}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x-1}{x^2} = \left|\frac{-1}{+0}\right| = -\infty$$

Příklad 1 h)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} \mathrm{e}^{\frac{x-1}{x^2}}$$

Řešení:

$$\lim_{x\to 0} \mathrm{e}^{\frac{x-1}{x^2}} = \mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-1}{x^2}}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x-1}{x^2} = \left|\frac{-1}{+0}\right| = -\infty$$

$$\lim_{x\to 0-} \frac{x-1}{x^2} = \left|\frac{-1}{+0}\right| = -\infty$$

Příklad 1 h)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} \mathrm{e}^{\frac{x-1}{x^2}}$$

Řešení:

$$\lim_{x\to 0} \mathrm{e}^{\frac{x-1}{x^2}} = \mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-1}{x^2}}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x-1}{x^2} = \left|\frac{-1}{+0}\right| = -\infty$$

$$\lim_{x\to 0-} \frac{x-1}{x^2} = \left|\frac{-1}{+0}\right| = -\infty$$

$$\lim_{x\to 0} \mathrm{e}^{\frac{x-1}{x^2}} = \left|\mathrm{e}^{-\infty}\right| = 0$$

Příklad 1 i)

Vypočtěte

$$\lim_{x \to 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$$

Příklad 1 i)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$$

Řešení:

$$-1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1$$

Příklad 1 i)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} x^2 \sin\frac{1}{x}$$

Řešení:

$$-1 \leq \sin\frac{1}{x} \leq 1$$

$$-x^2 \leq x^2 \sin\frac{1}{x} \leq x^2$$

Příklad 1 i)

Vypočtěte

$$\lim_{x\to 0} x^2 \sin\frac{1}{x}$$

Řešení:

$$-1 \leq \sin\frac{1}{x} \leq 1$$

$$-x^2 \leq x^2 \sin\frac{1}{x} \leq x^2$$

$$\lim_{x\to 0} x^2 \sin\frac{1}{x} = 0$$

Příklad 1 j)

Vypočtěte

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{n^n}$$

Příklad 1 j)

Vypočtěte

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{n^n}$$

Řešení:

$$a_n = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot n}{n \cdot n \cdot n \cdot \cdots \cdot n} = \frac{1}{n} \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot n}{n \cdot n \cdot \cdots \cdot n}$$

Příklad 1 j)

Vypočtěte

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{n^n}$$

Řešení:

$$a_n = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}{n \cdot n \cdot n \cdot \dots \cdot n} = \frac{1}{n} \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}$$

$$0 < a_n \leq \frac{1}{n}$$

Příklad 1 j)

Vypočtěte

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{n^n}$$

Řešení:

$$a_n = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot \cdots \cdot n}{n\cdot n\cdot n\cdot \cdots \cdot n} = \frac{1}{n}\cdot \frac{2\cdot 3\cdot \cdots \cdot n}{n\cdot n\cdot \cdots \cdot n}$$

$$0 < a_n \leq \frac{1}{n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{n^n} = 0$$

Věta

Pro derivace elementárních funkcí platí:

$$c' = 0, \qquad (x^a)' = ax^{a-1},$$

$$(e^x)' = e^x, \qquad (\ln x)' = \frac{1}{x},$$

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad (\cos x)' = -\sin x,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \qquad (\operatorname{cotg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x},$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{x^2+1}, \qquad (\operatorname{arccotg} x)' = -\frac{1}{x^2+1},$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a, \qquad \left(\log_a x\right)' = \frac{1}{x \ln a},$$

kde $a \in \mathbb{R}$ *a* $c \in \mathbb{R}$. *Tyto vzorce platí všude tam, kde jsou příslušné funkce definovány.*

Věta

Nechť mají funkce f, g derivaci na množině M. Pak platí:

a) $\big(cf(x)\big)' = cf'(x)$, $c \in \mathbb{R}$,

b) $\big(f(x) + g(x)\big)' = f'(x) + g'(x)$,

c) $\big(f(x) \cdot g(x)\big)' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$,

d) je-li $g(x) \neq 0$, *pak* $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$.

Věta

Nechť mají funkce f, g derivaci na množině M. Pak platí:

a) $\big(cf(x)\big)' = cf'(x)$, $c \in \mathbb{R}$,

b) $\big(f(x) + g(x)\big)' = f'(x) + g'(x)$,

c) $\big(f(x) \cdot g(x)\big)' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$,

d) je-li $g(x) \neq 0$, *pak* $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$.

Věta

Nechť funkce $u = g(x)$ *má derivaci* $g'(x)$, *funkce* $y = f(u)$ *má derivaci* $f'(u)$ *a nechť platí* $D(f) \supseteq H(g)$. *Pak složená funkce* $y = F(x) = f[g(x)]$ *má derivaci a platí:*

$$F'(x) = f'[g(x)] \cdot g'(x).$$

Příklad 2 a)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = 6x^2 + \sin x$$

Příklad 2 a)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = 6x^2 + \sin x$$

Řešení:

$$f'(x) = 6 \cdot 2x + \cos x$$

Příklad 2 b)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = x^3 \cos x$$

Příklad 2 b)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = x^3 \cos x$$

Řešení:

$$f'(x) = 3x^2 \cos x - x^3 \sin x$$

Příklad 2 c)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = x^2 \mathrm{e}^x - \operatorname{arctg} x$$

Příklad 2 c)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = x^2 \mathrm{e}^x - \operatorname{arctg} x$$

Řešení:

$$f'(x) = 2x\mathrm{e}^x + x^2\mathrm{e}^x - \frac{1}{1+x^2}$$

Příklad 2 d)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$$

Příklad 2 d)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$$

Řešení:

$$f'(x) = \frac{-2x \cdot (1 + x^2) - (1 - x^2) \cdot 2x}{(1 + x^2)^2} =$$

Příklad 2 d)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$$

Řešení:

$$f'(x) = \frac{-2x \cdot (1 + x^2) - (1 - x^2) \cdot 2x}{(1 + x^2)^2} = \frac{-4x}{(1 + x^2)^2}$$

Příklad 2 e)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \frac{\sin x - x\cos x}{\cos x + x\sin x}$$

Příklad 2 e)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \frac{\sin x - x\cos x}{\cos x + x\sin x}$$

Řešení:

$$f'(x) = \frac{(\cos x - \cos x + x\sin x)(\cos x + x\sin x) - (\sin x - x\cos x)(-\sin x + \sin x + x\cos x)}{(\cos x + x\sin x)^2}$$

Příklad 2 e)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \frac{\sin x - x\cos x}{\cos x + x\sin x}$$

Řešení:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(\cos x - \cos x + x\sin x)(\cos x + x\sin x) - (\sin x - x\cos x)(-\sin x + \sin x + x\cos x)}{(\cos x + x\sin x)^2} \\ &= \frac{x\sin x\cos x + x^2\sin^2 x - x\sin x\cos x + x^2\cos^2 x}{(\cos x + x\sin x)^2} = \end{aligned}$$

Příklad 2 e)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \frac{\sin x - x\cos x}{\cos x + x\sin x}$$

Řešení:

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{(\cos x - \cos x + x\sin x)(\cos x + x\sin x) - (\sin x - x\cos x)(-\sin x + \sin x + x\cos x)}{(\cos x + x\sin x)^2} \\
&= \frac{x\sin x\cos x + x^2\sin^2 x - x\sin x\cos x + x^2\cos^2 x}{(\cos x + x\sin x)^2} = \\
&= \frac{x^2}{(\cos x + x\sin x)^2}
\end{aligned}$$

Příklad 2 f)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \ln \frac{x^2 + 1}{x}$$

Příklad 2 f)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \ln \frac{x^2+1}{x}$$

Řešení:

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{x^2+1}{x}} \cdot \frac{2x \cdot x - (x^2+1)}{x^2} =$$

Příklad 2 f)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \ln \frac{x^2+1}{x}$$

Řešení:

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{x^2+1}{x}} \cdot \frac{2x \cdot x - (x^2+1)}{x^2} = \frac{x^2-1}{x(x^2+1)}$$

Příklad 2 g)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \sin^3 x^2$$

Příklad 2 g)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \sin^3 x^2$$

Řešení:

$$f'(x) = 3\sin^2 x^2 \cdot \cos x^2 \cdot 2x$$

Příklad 2 h)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$$

Příklad 2 h)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$$

Řešení:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{x-2}{x+2}}} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{x-2}{x+2} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{x+2-(x-2)}{(x+2)^2}$$

Příklad 2 h)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$$

Řešení:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{\frac{x-2}{x+2}}} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{x-2}{x+2} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{x+2-(x-2)}{(x+2)^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x+2}{x-2}} \sqrt{\frac{x+2}{x-2}} \cdot \frac{4}{(x+2)^2} = \end{aligned}$$

Příklad 2 h)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$$

Řešení:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{\frac{x-2}{x+2}}} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{x-2}{x+2} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{x+2-(x-2)}{(x+2)^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x+2}{x-2}} \sqrt{\frac{x+2}{x-2}} \cdot \frac{4}{(x+2)^2} = \frac{2}{x^2-4} \end{aligned}$$

Příklad 2 i)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = 4\mathrm{arctg}\,\frac{1-x}{x}$$

Příklad 2 i)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = 4\operatorname{arctg}\frac{1-x}{x}$$

Řešení:

$$f'(x) = 4 \cdot \frac{1}{1+\left(\frac{1-x}{x}\right)^2} \cdot \frac{-1 \cdot x - (1-x)}{x^2} =$$

Příklad 2 i)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = 4\operatorname{arctg}\frac{1-x}{x}$$

Řešení:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4 \cdot \frac{1}{1+\left(\frac{1-x}{x}\right)^2} \cdot \frac{-1\cdot x-(1-x)}{x^2} = \\ &= \frac{4}{\frac{x^2+1-2x+x^2}{x^2}} \cdot \frac{-x-1+x}{x^2} = \frac{-4}{2x^2-2x+1} \end{aligned}$$

Příklad 2 j)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \ln^4 \cos^3 2x^2$$

Příklad 2 j)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \ln^4 \cos^3 2x^2$$

Řešení:

$$f'(x) = 4\ln^3 \cos^3 2x^2 \cdot \frac{1}{\cos^3 2x^2} \cdot 3\cos^2 2x^2 \cdot (-\sin 2x^2) \cdot 4x =$$

Příklad 2 j)

Vypočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \ln^4 \cos^3 2x^2$$

Řešení:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4\ln^3 \cos^3 2x^2 \cdot \frac{1}{\cos^3 2x^2} \cdot 3\cos^2 2x^2 \cdot (-\sin 2x^2) \cdot 4x = \\ &= -16 \operatorname{tg} 2x^2 \cdot \ln^3 \cos^3 2x^2 \end{aligned}$$