MB 152 Diferenciální a integrální počet
1. vnitrosemestrální písemka - ukázková

Příklad 1: Vypočtěte limity [1 bod]

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2}-1}{x^2} \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{(n+2)!-3n!}{(n+2)!+n!}$$

Příklad 2: Vypočtěte derivace následujících funkcí [1 bod]

$$f(x) = \frac{x\ln x}{\operatorname{arctg} x + \arcsin x} \qquad f(x) = \ln \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$$

MB 152 Diferenciální a integrální počet
2. vnitrosemestrální písemka - ukázková

Příklad 1: Pomocí L'Hospitalova pravidla vypočtěte [0,5 bodu]

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{x-1}\right)$$

Příklad 2: Vypočtěte limitu [0,5 bodu]

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2 + 2\sin 5x + \mathrm{e}^{-x}}{3 - x^2 - \cos 2x}$$

Příklad 3: Určete lokální extrémy funkce a vyšetřete, kde je daná funkce konvexní/konkávní, příp. nalezněte její inflexní body: [1 bod]

$$y = x\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$$

MB 152 Diferenciální a integrální počet
3. vnitrosemestrální písemka - ukázková

Příklad 1: Pomocí rozkladu na parciální zlomky vypočtěte [0,5 bodu]

$$\int \frac{2x^2-3x+3}{(x-1)(x^2-2x+3)}\,\mathrm{d}x\,.$$

Příklad 2: Rozhodněte, pro která $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ integrál [0,5 bodu]

$$\int_0^\infty \frac{x+1}{\mathrm{e}^{ax}}\,\mathrm{d}x$$

konvergure, resp. diverguje. V případě, kdy daný integrál konverguje určete jeho hodnotu.

Příklad 3: Určete objem tělesa, které vznikne rotací kružnice [1 bod]

$$x^2 + (y-3)^2 = 1$$

kolem osy x. Dané těleso načrtněte.

MB 152 Diferenciální a integrální počet
4. vnitrosemestrální písemka - ukázková

Příklad 1: Nalezněte řešení počáteční úlohy [1 bod]

$$y'x - y = x^2 \ln x\,.$$

Příklad 2: Nalezněte lokální extrémy funkce [1 bod]

$$f(x, y) = xy(4 - x - y)\,.$$

MB 152 Diferenciální a integrální počet
5. vnitrosemestrální písemka - ukázková

Příklad 1: Vypočtěte [1 bod]

$$\iiint_V 2z \,\mathrm{d}x \,\mathrm{d}y \,\mathrm{d}z,$$

kde V je dána nerovnostmi $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, $x + y \leq 1$, $x^2 + y^2 - z^2 \geq -1$.

Příklad 2: Vypočtěte [1 bod]

$$\iint_M \sqrt{16 - x^2 - y^2} \,\mathrm{d}x \,\mathrm{d}y,$$

kde pro množinu M platí $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, $y \geq 0$, $y \leq x$.