

Reprezentace a vyvozování znalostí

Aleš Horák

E-mail: hales@fi.muni.cz
<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

Obsah:

- Reprezentace a vyvozování znalostí
- Extralogické informace
- Pravidlové systémy
- Nejistota a pravděpodobnost

Reprezentace a vyvozování znalostí

otázka:

Jak zapíšeme znalosti o problému/doméně?

Když je zapíšeme, můžeme z nich mechanicky odvodit nová fakta?

- **reprezentace znalostí** (*knowledge representation*) – hledá způsob vyjádření znalostí počítačově zpracovatelnou formou (za účelem odvozování)
- **vyvozování znalostí** (*reasoning*) – zpracovává znalosti uložené v **bázi znalostí** (*knowledge base, KB*) a provádí **odvození** (inference) nových závěrů:
 - odpovědi na dotazy
 - zjištění faktů, které vyplývají z faktů a pravidel v KB
 - odvodit akci, která vyplývá z dodaných znalostí, ...

Reprezentace znalostí

proč je potřeba speciální **reprezentace znalostí**?

Reprezentace znalostí

proč je potřeba speciální **reprezentace znalostí**?

vnímání lidí × *vnímání počítačů*

- **člověk**

- když dostane novou věc (třeba pomeranč) – **prozkoumá** a **zapamatuje** si ho (a třeba sní)
- během tohoto procesu člověk **zjistí** a **uloží si** všechny základní vlastnosti předmětu
- později, když se **zmíní** daná věc, vyhledají se a připomenou uložené informace

- **počítač**

- musí se spolehnout na informace od lidí
- jednodušší informace – přímé *programování*
- složité nebo rozsáhlé informace – zadané v **symbolickém jazyce**

Volba reprezentace znalostí

která reprezentace znalostí je nejlepší?

Volba reprezentace znalostí

která **reprezentace znalostí** je **nejlepší**?

Pro řešení skutečně obtížných problémů musíme používat několik různých reprezentací. Každý konkrétní typ datových struktur má totiž své klady a zápory a žádný se sám o sobě nezdá adekvátní pro všechny funkce zahrnuté v tom, čemu říkáme "selský rozum" (common sense).

– Marvin Minsky, spoluzakladatel MIT AI lab

Limity reprezentace znalostí

Všechny modely se mýlí, některé jsou ale užitečné.

(All models are wrong, but some are useful)

– *George Box, významný britský statistik*

Limity reprezentace znalostí

Všechny modely se mýlí, některé jsou ale užitečné.

(All models are wrong, but some are useful)

– *George Box, významný britský statistik*

Kompletní reprezentace
znalostí má řešit:

- kategorie
- míry a hodnoty
- složené objekty
- čas, prostor a změny
- události a procesy
- fyzické objekty
- látky/substance
- mentální objekty a postoje
- ...

Často je nutné se kvůli **efektivitě modelu** vzdát **přesnosti** nebo **úplnosti**.

Reifikace – abstrakce jako objekt

reifikace (zvětčnění) – zjednodušení (logické) analýzy
abstrakci/objekt vyššího řádu modelujeme jako **objekt**

vlastnost objektu \approx **predikát pomeranč**

“držím pomeranč” \approx **držet**(*Já*, *x*) \wedge **pomeranč**(*x*)

“mám rád chuť pomeranče” \approx **mít_rád**(*Já*, *x*) \wedge *x* = **chuť**(**?pomeranč?**)

... v PL1 nelze

Reifikace – abstrakce jako objekt

reifikace (zvětčnění) – zjednodušení (logické) analýzy
abstrakci/objekt vyššího řádu modelujeme jako **objekt**

vlastnost objektu \approx **predikát pomeranč**

“držím pomeranč” \approx $\text{držet}(Já, x) \wedge \text{pomeranč}(x)$

“mám rád chuť pomeranče” \approx $\text{mít_rád}(Já, x) \wedge x = \text{chuť}(\text{?pomeranč?})$

... v PL1 nelze

s reifikací predikátu **pomeranč** (konstanta):

“mám rád chuť pomeranče” \approx $\text{mít_rád}(Já, x) \wedge x = \text{chuť}(\text{pomeranč})$

“držím pomeranč” \approx $\text{držet}(Já, x) \wedge \text{is_instance}(x, \text{pomeranč})$

Reifikace – abstrakce jako objekt

reifikace (zvětčnění) – zjednodušení (logické) analýzy
abstrakci/objekt vyššího řádu modelujeme jako **objekt**

vlastnost objektu \approx **predikát** *pomeranč*

“držím pomeranč” \approx $\text{držet}(Já, x) \wedge \text{pomeranč}(x)$

“mám rád chuť pomeranče” \approx $\text{mít_rád}(Já, x) \wedge x = \text{chuť}(\text{?pomeranč?})$

... v PL1 nelze

s **reifikací** predikátu *pomeranč* (konstanta):

“mám rád chuť pomeranče” \approx $\text{mít_rád}(Já, x) \wedge x = \text{chuť}(\text{pomeranč})$

“držím pomeranč” \approx $\text{držet}(Já, x) \wedge \text{is_instance}(x, \text{pomeranč})$

Z čistě logického hlediska vznikají **neexistující objekty** (spory při tvrzení o *neexistenci*)

ale při **korektním** zpracování – stačí **jednodušší formalismus**

Obsah

- 1 Repräsentace a vyvozování znalostí
 - Repräsentace znalostí
- 2 Extralogické informace
 - Třídy objektů
 - Ontologie
 - Sémantické sítě
 - Rámce
- 3 Pravidlové systémy
 - Pravidlová báze znalostí
 - Expertní systémy
- 4 Nejistota a pravděpodobnost
 - Nejistota
 - Pravděpodobnost
 - Vyvozování z nejistých znalostí

Extralogické informace – třídy, sémantické sítě, rámce

co jsme dosud ignorovali:

- objekty reálného světa mají mezi sebou **vztahy**
 - třídy/kategorie, podtřídy \times nadtřídy
 - hierarchie vztahů části/celku
 - dědění vlastností v hierarchiích
- stav světa se může **měnit** v čase
 - explicitní reprezentace času
 - nemonotónní uvažování (pravdivost se může měnit v čase)
- ne každá informace je “černobílá”
 - nejistota
 - statistika, fuzzy logika

Třídy objektů

- “Chci si koupit fotbalový míč.”
 - *Chci si koupit FM27341* – špatně
 - *Chci si koupit objekt, který je prvkem třídy fotbalových míčů* – správně
- objekty jsou organizovány do **hierarchie tříd**
 - $FM27341 \in \text{fotbalové_míče}$
 - $\text{fotbalové_míče} \subset \text{míče}$
- **fakta** (objekty) \times **pravidla** (třídy)
 - *Všechny míče jsou kulaté.*
 - *Všechny fotbalové míče mají X cm v průměru.*
 - *FM27341 je červenomodrobílý.*
 - *FM27341 je fotbalový míč.*
 - *(Proto: FM27341 je kulatý a má X cm v průměru.)*

Ontologie

- **ontologie** ve filozofii – nauka o **existenci** a typech existencí
- **ontologie** v informatice – **formální popis znalostí**, pojmy a vztahy mezi pojmy, hierarchie
- ontologie **obecné** (*upper level*) × **doménové**
- různé dostupné obecné, žádná standardem (zatím):
(Open)Cyc, SUMO/MILO, Dublin Core, DOLCE, ...
<http://archivo.dbpedia.org>, <http://www.ontologyportal.org>

Ontologie

- **ontologie** ve filozofii – nauka o **existenci** a typech existencí
- **ontologie** v informatice – **formální popis znalostí**, pojmy a vztahy mezi pojmy, hierarchie
- ontologie **obecné** (*upper level*) × **doménové**
- různé dostupné obecné, žádná standardem (zatím):
(Open)Cyc, SUMO/MILO, Dublin Core, DOLCE, ...
<http://archivo.dbpedia.org>, <http://www.ontologyportal.org>

```
(=>
  (and
    (instance ?KILL Killing)
    (patient ?KILL ?OBJ))
  (exists (?DEATH)
    (and
      (instance ?DEATH Death)
      (experiencer ?DEATH ?OBJ)
      (causes ?KILL ?DEATH))))
```

Pokud nějaký proces (?KILL) je instancí zabíjení (Killing) a nějaký agent (?OBJ) je předmětem toho procesu

=>

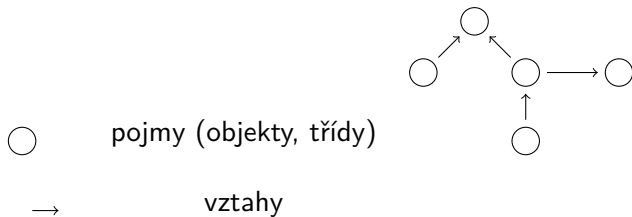
pak existuje jiný proces (?DEATH) takový, že tento jiný proces je instancí smrti (Death) a agent ?OBJ se účastní tohoto jiného procesu ?DEATH a původní proces ?KILL je příčinou tohoto jiného procesu ?DEATH

 SLiDo

Sémantické sítě

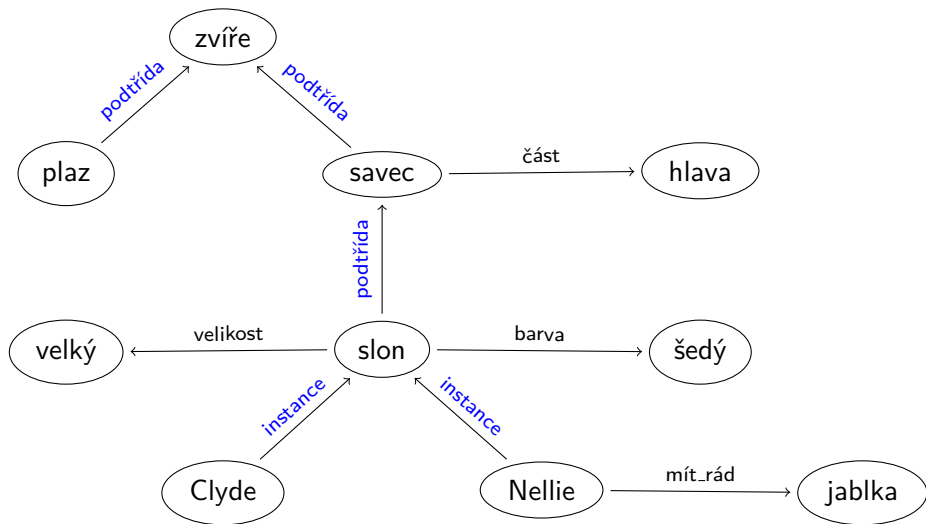
sémantické sítě – reprezentace faktových znalostí (pojmy + vztahy)

- vznikly kolem roku 1960 pro reprezentaci významu anglických slov
- znalosti jsou uloženy ve formě grafu



- nejdůležitější vztahy – **taxonomie**:
 - **podtřída** (*subclass*) – vztah mezi třídami
 - **instance** – vztah mezi konkrétním objektem a jeho rodičovskou třídou
- jiné vztahy – **část** (*has-part*), barva, ...

Sémantické sítě – příklad



Dědičnost v sémantických sítích

- pojem sémantické sítě *předchází* OOP
- **dědičnost**:
 - jestliže určitá vlastnost platí pro **třidu** → platí i pro **všechny** její **podtřídy**
 - jestliže určitá vlastnost platí pro **třidu** → platí i pro **všechny prvky** této třídy
- určení hodnoty vlastnosti – **rekurzivní algoritmus**
- potřeba specifikovat i výjimky – mechanismus **vzorů** a **výjimek** (*defaults and exceptions*)
 - **vzor** – hodnota vlastnosti u třídy nebo podtřídy, platí ta, co je blíže objektu
 - **výjimka** – u konkrétního objektu, odlišná od vzoru

Dědičnost vztahů část/celek

- “Krávy mají 4 nohy.”
 - každá noha je částí krávy
- “Na poli je (konkrétní) kráva.”
 - všechny části krávy jsou taky na poli
- “Ta kráva (na poli) je hnědá (celá).”
 - všechny části té krávy jsou hnědé
- “Ta kráva je šťastná.”
 - všechny části té krávy jsou šťastné

Dědičnost vztahů část/celek

- “Krávy mají 4 nohy.”
 - každá noha je částí krávy
- “Na poli je (konkrétní) kráva.”
 - všechny části krávy jsou taky na poli
- “Ta kráva (na poli) je hnědá (celá).”
 - všechny části té krávy jsou hnědé
- “Ta kráva je šťastná.”
 - ~~všechny části té krávy jsou šťastné~~ – neplatí
- lekce: některé vlastnosti jsou děděny částmi, některé nejsou
explicitně se to vyjadřuje pomocí pravidel jako
$$part-of(x, y) \wedge location(y, z) \Rightarrow location(x, z)$$

Vzory a výjimky – příklad

- “Všichni ptáci mají křídla.”
- “Všichni **ptáci** umí létat.”
- “Ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat.”
- kdo umí létat:
 - “Penelope je pták.”
 - “Penelope je tučňák.”
 - “Penelope je kouzelný tučňák.”

Vzory a výjimky – příklad

- “Všichni ptáci mají křídla.”
 - “Všichni **ptáci** umí létat.”
 - “Ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
 - “**Tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
 - “**Kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat.”
 - kdo umí létat:
 - “Penelope je pták.”
 - “Penelope je tučňák.”
 - “Penelope je kouzelný tučňák.”
- ⇒ “Penelope **umí** létat.”

Vzory a výjimky – příklad

- “Všichni ptáci mají křídla.”
- “Všichni **ptáci** umí létat.”
- “Ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat.”
- kdo umí létat:
 - “Penelope je pták.” \Rightarrow “Penelope **umí** létat.”
 - “Penelope je tučňák.” \Rightarrow “Penelope **neumí** létat.”
 - “Penelope je kouzelný tučňák.”

Vzory a výjimky – příklad

- “Všichni ptáci mají křídla.”
- “Všichni **ptáci** umí létat.”
- “Ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat.”
- kdo umí létat:
 - “Penelope je pták.” \Rightarrow “Penelope **umí** létat.”
 - “Penelope je tučňák.” \Rightarrow “Penelope **neumí** létat.”
 - “Penelope je kouzelný tučňák.” \Rightarrow “Penelope **umí** létat.”
- všimněte si, že víra v hodnotu vlastnosti objektu se může měnit s příchodem nových informací o klasifikaci objektu

Aplikace sémantických sítí

(Princeton) **WordNet** – <http://wordnet.princeton.edu/>

- sémantická síť 150.000 (anglických) pojmů, zachycuje:
 - synonyma, antonyma (významově stejná/opačná)
 - hyperonyma, hyponyma (podtřídy)
 - odvozenost a další jazykové vztahy
- tvoří se **národní wordnety** (navázané na anglický WN)
český wordnet – cca 30.000 pojmů
- nástroj na editaci národních wordnetů – **DEBVisDic/VisDic**, vyvinutý na FI MU – <http://deb.fi.muni.cz/>
- VisualBrowser –
<http://nlp.fi.muni.cz/projekty/visualbrowser/>
nástroj na vizualizaci (sémantických) sítí, vznikl jako DP na FI MU

The screenshot displays the DEBVisDic application interface with several overlapping windows:

- DEBVisDic (Main Window):** Contains a menu bar with 'User', 'Settings', 'Tools', 'Windows', and 'Help'. The 'Tools' menu is currently open.
- English Wordnet:** Shows the search term 'dog:' and a list of related terms like '[n] andiron:1, firedog:1, dog:7, dog:'.
- Greek Wordnet:** Shows the search term 'οὐκ ἰκό' and related terms like '[n] περι τοὺς ἰκό:1'.
- Czech Wordnet:** Shows the search term 'pes' and a list of related terms like '[n] zakopaný pes:1', '[n] policejní pes:1', '[n] hlídač:4, hlídač pes:1', '[n] pes:1', and '[n] slepecký pes:1, vodčící pes:1'. It also shows XML-style markup for a synonym and hypernym.
- Russian Wordnet:** Shows the search term 'журнал' and related terms like '[n] журнал:1'. It displays a definition in Russian: 'сборник статей, брошюр, выходящих периодически', and a hypernym: '[has_hypernym] печатное издание:1'.

The 'Tools' menu in the main window includes:

- Dictionary - SSJČ
- dictionary - SSČ
- Morph. analyzer ajka
- Google

The context menu over the Russian Wordnet window includes:

- Show in Czech Wordnet
- Take key from Czech Wordnet
- AutoLookUp in
- Copy entry to Czech Wordnet
- Import IDs from file

Rámce

Rámce (*frames*):

- varianta sémantických sítí představená Marvinem Minskim
- velice populární pro reprezentaci znalostí v **expertních systémech**
- všechny informace relevantní pro daný **pojem** se ukládají do univerzálních struktur – **rámců**
- stejně jako sémantické sítě, rámce podporují **dědičnost**
- OO programovací jazyky vycházejí z teorie rámců

Rámce – příklad

rámec obsahuje **objekty**, *sloty* a **hodnoty slotů**
příklady rámců:

savec:

| | |
|---------------------|-------|
| <i>podtřída:</i> | zvíře |
| <i>část:</i> | hlava |
| * <i>má_kožich:</i> | ano |

slon:

| | |
|--------------------|-------|
| <i>podtřída:</i> | savec |
| * <i>barva:</i> | šedá |
| * <i>velikost:</i> | velký |

Nellie:

| | |
|------------------|--------|
| <i>instance:</i> | slon |
| <i>mít_rád:</i> | jablka |

'*' označuje **vzorové hodnoty**, které mohou měnit hodnoty u podtříd a instancí

Sémantické sítě × rámce

| sémantické sítě | rámce |
|----------------------------|---------------|
| uzly | objekty |
| spoje | sloty |
| uzel na druhém konci spoje | hodnota slotu |

deskripční logika (*description logic*) – logický systém, který manipuluje přímo s rámci

Rámce – využití v praxi

příklad využití rámců – ontologie **Friend of A Friend (FOAF)**

- popisuje **osoby**, jejich **činnosti** a **vztahy** k jiným osobám a objektům
- decentralizovaný přístup, <http://xmlns.com/foaf/spec/>
- využíváný komunitami (blogovací platformy, MediaWiki, ...)
- základ standardu W3C **WebID 1.0** (2014 draft)

Rámce – využití v praxi

příklad využití rámců – ontologie **Friend of A Friend (FOAF)**

- popisuje **osoby**, jejich **činnosti** a **vztahy** k jiným osobám a objektům
- decentralizovaný přístup, `http://xmlns.com/foaf/spec/`
- využívaný komunitami (blogovací platformy, MediaWiki, ...)
- základ standardu W3C **WebID 1.0** (2014 draft)

```
<link rel="meta" type="application/rdf+xml" title="FOAF"
      href="http://example.com/~vangogh/foaf.rdf"/>

<foaf:Person rdf:nodeID="VincentvanGogh"
              xmlns:foaf="http://xmlns.com/foaf/0.1/">
  <foaf:name>Vincent van Gogh</foaf:name>
  <foaf:homepage rdf:resource="https://www.vangoghgallery.com/" />
  <foaf:img rdf:resource="/images/vangogh.jpg" />
  <foaf:knows rdf:resource="#PaulGauguin"/>
  <foaf:made rdf:resource="https://www.vangoghgallery.com/painting/sunflowerindex.html"/>
</foaf:Person>
```

Obsah

- 1 Reprezentace a vyvozování znalostí
 - Reprezentace znalostí
- 2 Extralogické informace
 - Třídy objektů
 - Ontologie
 - Sémantické sítě
 - Rámce
- 3 Pravidlové systémy
 - Pravidlová báze znalostí
 - Expertní systémy
- 4 Nejistota a pravděpodobnost
 - Nejistota
 - Pravděpodobnost
 - Vyvozování z nejistých znalostí

Pravidlové systémy

- snaha zachytit **produkčními pravidly** znalosti, které má expert
- obecná forma pravidel

IF *podmínka*
THEN *akce*

- podmínky – booleovské výrazy, dotazy na hodnoty **proměnných**
- akce – nastavení hodnot proměnných, příznaků, ...
- důležité vlastnosti:
 - znalosti mohou být strukturovány do modulů
 - systém může být snadno rozšířen přidáním nových pravidel beze změny zbytku systému

Pravidlová báze znalostí – příklad

pravidla pro **oblékání**:

- pravidlo 1 IF X je seriózní
AND X bydlí ve městě
THEN X by měl nosit sako
- pravidlo 2 IF X je akademik
AND X je společensky aktivní
AND X je seriózní
THEN X by měl nosit sako a
kravatu
- pravidlo 3 IF X bydlí ve městě
AND X je akademik
THEN X by měl nosit kravatu
- pravidlo 4 IF X je podnikatel
AND X je společensky aktivní
AND X je seriózní
THEN X by měl nosit sako, ale
ne kravatu

společenská pravidla:

- pravidlo 5 IF X je podnikatel
AND X je ženatý
THEN X je společensky
aktivní
- pravidlo 6 IF X je akademik
AND X je ženatý
THEN X je seriózní

profesní pravidla:

- pravidlo 7 IF X učí na univerzitě
OR X učí na vysoké škole
THEN X je akademik
- pravidlo 8 IF X vlastní firmu
OR X je OSVČ
THEN X je podnikatel

Expertní systémy

- aplikace pravidlových systémů
- zaměřeny na specifické oblasti – medicínská diagnóza, návrh konfigurace počítače, expertíza pro těžbu ropy, ...
- snaha zachytit **znalosti experta** pomocí pravidel
ale znalosti experta zahrnují – postupy, strategie, odhady, ...
- expertní systém musí pracovat s procedurami, nejistými znalostmi, různými formami vstupu
- vhodné oblasti pro nasazení expertního systému:
 - **diagnóza** – hledání řešení podle symptomů
 - **návrh konfigurace** – složení prvků splňujících podmínky
 - **plánování** – posloupnost akcí splňujících podmínky
 - **monitorování** – porovnání chování s očekávaným chování, reakce na změny
 - **řízení** – ovládání složitého komplexu
 - **předpovědi** – projekce pravděpodobných závěrů z daných skutečností
 - **instruktáž** – inteligentní vyučování a zkoušení studentů

Expertní systémy v praxi

CLIPS, pravidlový jazyk a prostředí pro **expertní systémy**

- **NASA** Johnson Space Center – řízení kontroly raket
- aktivně vyvíjený, tisíce projektů
- pracuje s **objekty**, **fakty** a IF-THEN **pravidly**

Expertní systémy v praxi

CLIPS, pravidlový jazyk a prostředí pro **expertní systémy**

- **NASA** Johnson Space Center – řízení kontroly raket
- aktivně vyvíjený, tisíce projektů
- pracuje s **objekty**, **fakty** a **IF-THEN pravidly**

```
(deftemplate emergency (slot type))           ; objekt
(deftemplate response (slot action))         ; objekt
(defrule fire-emergency (emergency (type fire)) ; pravidlo
 => (assert (response (action activate-sprinkler))))

(reset)
(assert (emergency (type fire)))             ; fakt
(run)
(facts)
  f-0    (initial-fact)
  f-1    (emergency (type fire))
  f-2    (response (action activate-sprinkler))
For a total of 3 facts.
```

Obsah

- 1 Reprezentace a vyvozování znalostí
 - Reprezentace znalostí
- 2 Extralogické informace
 - Třídy objektů
 - Ontologie
 - Sémantické sítě
 - Rámce
- 3 Pravidlové systémy
 - Pravidlová báze znalostí
 - Expertní systémy
- 4 **Nejistota a pravděpodobnost**
 - Nejistota
 - Pravděpodobnost
 - Vyvozování z nejistých znalostí

Nejistota

definujme akci A_t jako “Vyrazit na letiště t hodin před odletem letadla.”
jak najít odpověď na otázku “Dostanu se akcí A_t na letiště včas k odletu letadla?”

problémy:

1. částečná pozorovatelnost (stav vozovky, záměry ostatních řidičů, ...)
2. nejistota výsledků akcí (píchnutí kola, ...)
3. obrovská složitost modelování a předpovědi dopravní situace

čistě logický přístup tedy:

- riskuje chybu – “ A_5 mě na letiště dostane včas.”
- vede k závěrům, které jsou příliš slabé pro rozhodování: “ A_5 mě tam dostane včas, pokud nebude na dálnici nehoda a pokud nebude přšet a jestli nepíchnu kolo a jestli nebude fronta na odbavovacích přepážkách a jestli nebudou problémy při kontrole zavazadel ...”

Metody pro práci s nejistotou

- **defaultní/nemonotónní logika**

Předpokládejme, že nepíchnu cestou kolo.

Předpokládejme, že A_5 bude OK, pokud se nenajde protipříklad.

- **logická pravidla s faktory nejistoty** (zastaralé)

$A_5 \mapsto_{0.3}$ dostat se na letiště včas.

zalévání $\mapsto_{0.99}$ mokrý trávník

mokrý trávník $\mapsto_{0.7}$ déšť

- **pravděpodobnost** (míra předpokladu, že hodnota bude *true*)

Vzhledem k dostupným informacím, A_3 mě tam dostane včas s pravděpodobností 0.05.

poznámka: fuzzy logika se zabývá **mírou pravdivosti**, NE **pravděpodobností**

Pravděpodobnost

Pravděpodobnost **sumarizuje** nejistotu pocházející z

- **lenosti** – nepodařilo se vypočítat všechny výjimky, podmínky, ...
- **neznalosti** – nedostatek relevantních údajů, počátečních podmínek, ...

subjektivní × **Bayesovská** pravděpodobnost:

- pravděpodobnostní vztah mezi tvrzením a jeho pravdivosti vzhledem k podmínkám:

$$P(A_4 | \text{žádné hlášené nehody}) = 0.5$$

nejedná se o vyjádření **pravděpodobnostní tendence** (ale může se získat ze znalostí podobných případů v minulosti)

- pravděpodobnost tvrzení se může měnit s novými (vstupními) podmínkami:

$$P(A_4 | \text{žádné hlášené nehody, je 4:00 ráno}) = 0.63$$

pravidlo pro **podmíněnou pravděpodobnost** – $P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)}$ pokud $P(b) \neq 0$
neboli **pravidlo násobení** (*product rule*) – $P(a \wedge b) = P(a|b)P(b)$

Vyvozování z nejistých znalostí

- **náhodná proměnná** (*random variable*) – **funkce**, která vzorkům přiřazuje hodnoty → vrací výsledky měření sledovaného jevu
distribuce pravděpodobností náhodné proměnné = (vektor) pravděpodobností, že daná proměnná bude mít konkrétní hodnotu

např.:

*náhodná proměnná **Odd** \approx výsledek hodu kostkou bude lichý*

*náhodná proměnná **Weather** \approx jaké bude počasí (slunce, déšť, mraky, sníh)*

$$\text{Odd}(1) = \text{true} \quad \text{Weather}(21.11.2005) = \text{déšť}$$

distribuce pravděpodobností proměnných **Odd** a **Weather**

$$P(\text{Odd} = \text{true}) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2$$

$$P(\text{Odd}) = \langle 1/2, 1/2 \rangle$$

$$P(\text{Weather}) = \langle 0.72, 0.1, 0.08, 0.1 \rangle$$

- pravidla pro výpočet pravděpodobnosti logicky souvisejících událostí

$$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$$

Bayesovské pravidlo pro vývozování

z pravidla pro **podmíněnou pravděpodobnost** – $P(a|b) = P(a \wedge b)/P(b)$
 lze odvodit **Bayesovské pravidlo** pro určení **diagnostické** pravděpodobnosti
 ze znalosti **příčinné** pravděpodobnosti:

$$P(\text{Příčina}|\text{Následek}) = \frac{P(\text{Následek}|\text{Příčina})P(\text{Příčina})}{P(\text{Následek})}$$

např. ZMB zánět mozkových blan, ZK ztuhlý krk:

$$P(\text{zmb}|zk) = \frac{P(\text{zk}|zmb)P(\text{zmb})}{P(\text{zk})} = \frac{0.8 \times 0.0001}{0.1} = 0.0008$$

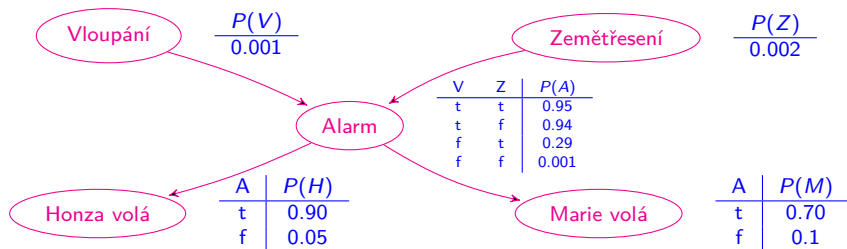
- vývozování** =
1. rozdělení akce na **atomické události**
 2. zjištění **pravděpodobností** atomických událostí
 3. výpočet/odvození pravděpodobností pomocí **složených distribucí pravděpodobností** (*joint probability distribution*)

$$P(\text{Odd, Weather}) = \left\langle \begin{array}{cccc} 0.36 & 0.05 & 0.04 & 0.05 \\ 0.36 & 0.05 & 0.04 & 0.05 \end{array} \right\rangle$$

Bayesovské sítě

Bayesovská síť:

- acyklický orientovaný graf
- uzly obsahují tabulky podmíněných pravděpodobností rodičů
- síť reprezentuje složenou distribuci pravděpodobností všech proměnných
- umožňuje efektivní přesné nebo přibližné (Monte Carlo) vyvozování
- nejčastěji používaný aparát pro vyvozování z nejistých znalostí



$$P(v|h, m) = \alpha P(v) \sum_z P(z) \sum_a P(a|v, z) P(h|a) P(m|a)$$