

pokladem, že gramatika  $\mathcal{G}$  je redukovaná.  $M$  proto obsahuje jedinou trojici  $([A], \alpha, [x])$ , jejíž třetí složka je  $[x]$ . Proto  $[M_x] = \{([A], \alpha x, c)\}$ , kde  $c$  je jednoznačně určeno podle lemmatu 5.3.4.  $[M_x]$  je jednobodová, a proto má souvislou charakteristiku.

**Důsledek 5.3.9.** *Každý stav  $I(\gamma)$  položkového automatu pro gramatiku  $\mathcal{G}$  má souvislou charakteristiku.*

Důkaz. Vyplyvá okamžitě z lemmatu 5.3.7, 5.2.13, 5.3.6 a 5.3.8. Z předchozího tvrzení už se snadno dokáže, že  $\mathcal{G}$  je  $LR(0)$  gramatika.

Důkaz věty 5.3.1. Z definice množiny souvislé charakteristiky vyplývá, že taková množina může obsahovat nejvýše jednu trojici, jejíž třetí složka je  $e$  nebo  $\Sigma$ . Každá úplná položka  $A \rightarrow \alpha$  má charakteristiku  $([A], \alpha, e)$ . Každá položka  $A \rightarrow \alpha, \beta$ , v níž je napravo od tecky terminál, má charakteristiku  $([A], \alpha, \Sigma)$ . Proto každá množina souvislé charakteristiky může zahrnovat nejvýše jednu úplnou položku a v tom případě žádnou položku s terminálem bezprostředně napravo od tecky.

Každá množina  $I(\gamma)$  je podle tvrzení 5.3.9 souvislá charakteristiky, a proto splňuje podmíinku 2 definice  $LR(0)$  gramatiky (viz 5.2.19). Podmínka 1 je splněna také, neboť počáteční neterminál  $S$  se v žádném pravidle nevykytuje na pravé straně.

Z vět 5.2.26 a 5.3.1 dostáváme následující výsledek.

**Věta 5.3.10.** *Jazyk lze popsat  $LR(0)$  gramatikou, právě když jej lze rozpoznat deterministickým zásobníkovým automatem prázdným zásobníkem.*

#### 5.4. $LR(k)$ gramatiky

V čl. 5.3 jsme zavedli položkový automat, jakožto zdroj informace použitelné k deterministické analýze  $LR(0)$  gramatik. Stavy tohoto automatu jsou množiny položek.

Nyní zavedeme obecnější pojem  $k$ -položky, který umožní příslušnou informaci získávat pro analýzu širší třídy gramatik.

**Definice 5.4.1.** Nechť  $\mathcal{G} = (\Pi, \Sigma, S, P)$  je bezkontextová gramatika a  $k \geq 1$  přirozené číslo.  $k$ -položkovou gramatiku  $\mathcal{G}$  nazveme

každou dvojici  $(A \rightarrow \alpha, \beta, L)$ , kde  $A \rightarrow \alpha, \beta$  je položka  $\mathcal{G}$  a  $L \subseteq \Sigma^{*k}$ . Symbolem  $\Sigma^{*k}$  označujeme množinu všech slov v abecedě  $\Sigma$ , jejichž délka nepřesahuje  $k$ . V dalším textu už budeme odkaz na gramatiku  $\mathcal{G}$  vynehávat.

**Definice 5.4.2.** Řekneme, že  $k$ -položka  $(A \rightarrow \alpha, \beta, L)$  je platná  $k$ -položka pro řetěz  $\omega \in (\Sigma \cup \Pi)^*$ , jestliže existuje pravá větná forma  $\eta A u$  taková, že  $\eta\alpha = \omega$  a  $k(u) \in L$ .

**Poznámka 5.4.3.** Jestliže  $(A \rightarrow \alpha, \beta, L)$  je platná  $k$ -položka pro řetěz  $\omega$ , potom je zřejmě  $A \rightarrow \alpha, \beta$  platná položka pro  $\omega$ .

**Úmluva 5.4.4.** Symbolem  $I_k(\gamma)$  budeme označovat množinu všech platných  $k$ -položek pro řetěz  $\gamma$ .

**Definice 5.4.5.** Nechť  $\mathcal{K}'$  je množina všech množin  $k$ -položek (pro danou gramatiku). Definujme funkci  $\delta': \mathcal{K}' \times (\Sigma \cup \Pi) \rightarrow \mathcal{K}'$  takto: pro každé  $K \in \mathcal{K}'$  a  $x \in (\Sigma \cup \Pi)$  je  $\delta'(\mathcal{K}', x)$  nejmenší množina  $M$  taková, že

1.  $M \supseteq \{(Y \rightarrow \alpha x, \beta, L); (Y \rightarrow \alpha, x\beta, L) \in K\};$
2. jestliže  $(A \rightarrow \alpha, B\beta, L) \in M$ , potom pro každé pravidlo  $B \rightarrow \vartheta$  gramatiky je  $(B \rightarrow \vartheta, \vartheta, k(\beta L)) \in M$ .

**Definice 5.4.6.** Definujme množinu  $K_0 \in \mathcal{K}'$ , kde  $\mathcal{K}'$  má týž význam jako v předchozí definici, jakožto nejmenší množinu  $M$  takovou, že

1.  $M \supseteq \{(S \rightarrow \alpha, \{e\}); S \rightarrow \alpha \in P\};$
2. jestliže  $(A \rightarrow \alpha, B\beta, L) \in M$ , potom také pro každé pravidlo  $B \rightarrow \vartheta \in P$  je  $(B \rightarrow \vartheta, \vartheta, k(\beta L)) \in M$ .

Symbolom  $\mathcal{K}$  označme množinu prvků množiny  $\mathcal{K}'$  dosažitelných z  $K_0$  (přechodovou funkcí  $\delta'$ ) a symbolem  $\delta$  označme restrikci  $\delta'$  na  $\mathcal{K} \times (\Sigma \cup \Pi)$ . Konečný automat

$$\mathcal{A} = (\mathcal{K}, \Sigma \cup \Pi, \delta, K_0, F),$$

kde  $F = \mathcal{K} - \{\emptyset\}$ , nazveme  $k$ -položkovým automatem pro danou gramatiku.

**Definice 5.4.7.** Nechť  $k > 0$ . Bezkontextová gramatika

$$\mathcal{G} = (\Pi, \Sigma, S, P)$$

je  $LR(k)$  gramatika, jestliže platí tyto tři podmínky:

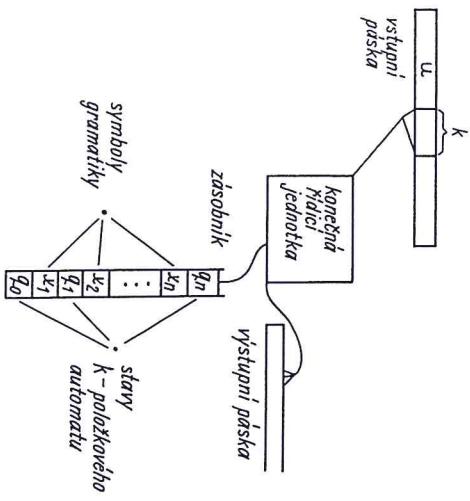
1. Počáteční symbol se nevyskytuje na pravé straně žádného pravidla;

2. jestlize  $(A \rightarrow \alpha, L_1), (B \rightarrow \beta, L_2)$  jsou dvě  $k$ -položky (úplné

3. jestliže se v některém stavu  $K \in \mathcal{K}$  současně s úplnou  $k$ -položkou ( $A \rightarrow x, L_1$ ) vyskytne  $k$ -položka tvaru ( $B \rightarrow \beta, L_2$ ), v níž se bezprostředně napravo od tečky vyskytuje terminál, potom  $L_1 \cap k(\beta L_2) = \emptyset$ .

**Poznámka 5.4.8.** Z definic 5.2.17 a 5.4.6 vyplývá, že pro každý řetěz  $y$  je

$\{A \rightarrow \alpha. \beta; (A \rightarrow \alpha. \beta, L) \in \delta(K_0, \gamma)\}$  pro nějaké  $L\} \subseteq I(\gamma).$



Obr. 43

Jazyk generovaný libovolnou  $\text{LR}(k)$  gramatikou

je možné analyzovat typem deterministického analyzátora, který je schematicky zachycen na obr. 43.

Takový analyzátor je modifikací deterministického automatu

v tomto případě snímá zároveň obsah  $k$  sousedních políček. Po zpracování libovolného počátečního úseku vstupního slova má proto  $LR(k)$  analyzátor k dispozici informaci i o následující  $k$ -tici vstupních symbolů. Zásobník je obsluhován obdobným způsobem, s jakým jsme se setkali už v čl. 5.3 u deterministické analýzy  $LR(0)$  jazyků. Díky tomu je v každém okamžiku výpočtu obsah zásobníku tvaru

(pravý konec řetězce odpovídá vrcholu zásobníku), kde  $q_0, \dots, q_n$  jsou stavy  $k$ -položkového automatu pro  $\mathcal{G}$ ,  $x_1, \dots, x_n \in \Sigma \cup \Pi$ ,  $n \geq 0$ ,  $q_0$  je počáteční stav a

$$q_i = \delta(q_0, x_1 \dots x_i)$$

Způsob, jakým se obsah zásobníku aktualizuje při přenosu dalšího vstupního symbolu do zásobníku i při redukci obsahu podle některého pravidla gramatiky zůstává naprosto stejný jako u LR(0) analýzy.

Změna nastává pouze u postupu, kterým se v každém kroku výpočtu rozhoduje, zda dojde k přesunu do zásobníku nebo k redukcí a ve druhém případě pak ještě podle kterého pravidla se redukce provádí.

U  $LR(j)$  gramatik se příslušné rozhodování provádělo na základě položky nacházející se na vrcholu zásobníku. U  $LR(k)$  analýzátoru se další postup určí podle těchto dvou údajů:

1. námožny  $q$  k položek nacházející se na vrcholu zásobníku;
2. následující k-tice u vstupních symbolů.

a) Jestliže  $q$  obsahuje  $k$ -položku  $(A \rightarrow \alpha, L)$  takovou, že  $u \in L$

a  $A$  není počáteční symbol, provede se redukce podle pravidla

aceně zapisujeme

$$A \rightarrow \alpha, \beta, L_1 \mid L_2 \mid \dots \mid L_n$$

Tím se na vrcholu zásobníku objeví jistý stav  $q'$ . Nad něj se uloží dvojice symbolů  $Aq''$ , kde  $q'' = \delta(q', A)$ . Na výstupu se vytiskne číslo pravidla  $A \rightarrow \alpha$ .]

Jestliže  $A$  je počáteční symbol, ukončí se po provedení redukce výpočet vyprázdněním zásobníku a přijetím slova.  
b) Jestliže  $a$  obsahuje knožekn ( $A \rightarrow^* B\ I$ ) tak vymazat žádoucí znaky.

c) Jestliže nenastane ani možnost a), ani b), ukončí se výpočet.

Vlastnosti LR( $k$ ) gramatiky požadované v definici 5.4.7 zaručují, že výsledek počítání vstupu pomocí gramatiky je jednoznačný.

čují, že ze všech eventualit uvedených sub a) až c) nastane právě jedna.

### Příklad 5.4.9. Přesvědčíme se, že gramatika $\mathcal{G}$ :

1.  $S \rightarrow AB,$
  2.  $S \rightarrow A,$
  3.  $A \rightarrow aAb,$
  4.  $A \rightarrow e,$
  5.  $B \rightarrow bB,$
  6.  $B \rightarrow c$

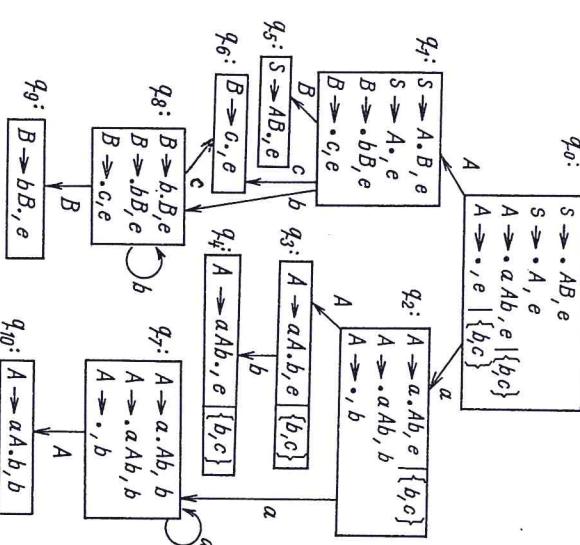
je LR(1) gramatika a sestrojíme k ní LR(1) analyzátor.

Diagram 1-položkového automatu pro  $\mathcal{Y}$  je sestrojen na obr. 44.

Na diagramu jsme opět pro přehlednost vypustili stav odpovídající prázdné množině 1-položek (zde by to byl stav  $q_{12}$ ) a všechny

přechody do něj vedoucí. V diagramu je použito vžitého zkratkového znacení. Jednoprvkový jazyk  $\{x\}$  značíme pouze  $x$ ; množinu položek

$$(A \rightarrow \alpha. \beta, L_1), \dots, (A \rightarrow \alpha. \beta, L_n)$$



Obr. 44

Gramatika  $\mathcal{G}$  je LR(1), neboť počáteční symbol se nevyskytuje na pravé straně žádného pravidla a 1-položkový automat na obr. 44 také splňuje podmínky z definice 5.4.7. Tak např. ve stavu  $q_0$  jsou obsaženy dvě úplné položky

a dvě položky s terminálem bezprostředně napravo od tečky:

položky s terminálem bezprostředně napravo  
 $p_1 = (A \rightarrow „e“)$  a  $p_2 = (A \rightarrow „\{b, c\}“)$

K<sub>e</sub> konfliktu mezi  $p_1$  a  $p_2$  (viz podmínu 2 z definice 5.4.7) ne-dochází, neboť odpovídají témuž pravidlu a navíc

$$\{e\} \cap \{b, c\} = \emptyset$$

247

Podobně nedochází ke konfliktu mezi  $p_1$  a  $p_3$  nebo  $p_4$  (podmínka 3), protože

$$\{e\} \cap 1(aAb\{e\}) = \{e\} \cap 1(aAb\{b, c\}) = \emptyset.$$

K konfliktu mezi  $p_2$  a  $p_3$  nebo  $p_4$  nedochází, protože

$$\{b, c\} \cap 1(aAb\{e\}) = \{b, c\} \cap 1(aAb\{b, c\}) = \emptyset.$$

Na základě 1-položkového automatu z obr. 44 lze tedy sestrojit LR(1) analyzátor pro gramatiku  $\mathcal{G}$ . Akce tohoto analyzátoru v závislosti na vrchním symbolu v zásobníku (tj. stavu 1-položkového

Vstupní symbol

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>e</i>
$q_0$	<b>přesun</b> <i>a</i> $A \rightarrow e; 4$		$A \rightarrow e; 4$	$A \rightarrow e; 4$
$q_1$		<b>přesun</b> <i>b</i> <i>přijmout</i> ; 2		
$q_2$	<b>přesun</b> <i>a</i> $A \rightarrow e; 4$			
$q_3$		<b>přesun</b> <i>b</i>		
$q_4$		$A \rightarrow aAb; 3$	$A \rightarrow aAb; 3$	$A \rightarrow aAb; 3$
$q_5$			<b>přijmout; 1</b>	
$q_6$			$B \rightarrow c; 6$	
$q_7$	<b>přesun</b> <i>a</i> $A \rightarrow e; 4$			
$q_8$		<b>přesun</b> <i>b</i> <b>přesun</b> <i>c</i>		
$q_9$			$B \rightarrow bB; 5$	
$q_{10}$		<b>přesun</b> <i>b</i>		
$q_{11}$		$A \rightarrow aAb; 3$		
$q_{12}$				

automatu) a následujícím vstupním symbolu (nebo *e*, což odpovídá tomu, že slovo bylo dočteno do konce) popíšeme tab. 15. Akce označovaná v tabulce „ $X \rightarrow \eta; i$ “ znamená: zredukovat podle pravidla  $X \rightarrow \eta$  (včetně příslušné aktualizace zásobníku) a vytisknout *i*. Vstupní hlava se neposouvá.

Akce označovaná „**přesun** *x*“ znamená: uložit symbol *x* do zásobníku (a přidat nad něj příslušný symbol stavu položkového automatu) a posunout vstupní hlavu.

Prázdná polička v tabulce označuje situace, ve kterých analyzátor končí a vydá hlášení, že analyzované slovo nepatří do  $L(\mathcal{G})$ . Speciálně taková situace nastává vždy, když se na zásobníku objeví symbol  $q_{12}$  odpovídající prázdné množině položek.

**Příklad 5.4.10.** Nad slovem *aabb* pracuje analyzátor sestrojený v př. 5.4.9 takto (první člen trojice označuje vždy zbytek vstupního slova, druhý člen obsah zásobníku a třetí obsah výstupní pásky):

$$\begin{aligned}
 & (aabbc; q_0; e) \vdash (abbc; q_0 aq_2; e) \vdash \\
 & \vdash (bbc; q_0 aq_2 aq_7; e) \vdash (bbc; q_0 aq_2 aq_7 Aq_{10}; 4) \vdash \\
 & \vdash (bc; q_0 aq_2 aq_7 Aq_{10} bq_{11}; 4) \vdash (bc; q_0 aq_2 Aq_3; 43) \vdash \\
 & \vdash (c; q_0 aq_2 Aq_3 bq_4; 43) \vdash (c; q_0 Aq_1; 433) \vdash \\
 & \vdash (e; q_0 Aq_1 cq_6; 433) \vdash (e; q_0 Aq_1 Bq_5; 4336) \vdash \\
 & \vdash \text{slovo je přijato, jeho pravý rozbor je 43361.}
 \end{aligned}$$

## 5.5. LR jazyky a deterministické jazyky

**Definice 5.5.1.** Jazyk nazveme  $LR(k)$  *jazykem*, jestliže existuje  $LR(k)$  gramatika, která jej generuje. Rekneme, že jazyk je  $LR$  *zjákem*, jestliže je  $LR(k)$  jazykem pro nějaké přirozené číslo  $k \geq 0$ .

Cílem tohoto článku je dokázat, že libovolný jazyk je  $LR$ , právě když je deterministický. Jedna část tvrzení plyne z toho, že  $LR(k)$  analyzátor lze simulovat deterministickým zásobníkem a vým automatem.

Tab. 15

Důkaz. V článku 5.2 jsme ukázali, jak převést  $LR(0)$  analyzátor na deterministický zásobníkový automat. Jedenalo se o způsob obsluhování zásobníku (pozn. 5.2.25) a tentýž způsob lze využít při přechodu od  $LR(k)$  analyzátoru k deterministickému zásobníkovému automatu pro libovolné  $k \geq 0$ . V případě  $k \geq 1$  vystává ještě problém, jak nahradit možnost prohlížení  $k$  symbolů dopředu na vstupní pásce, kterou má  $LR(k)$  analyzátor. V možnostech deterministického automatu je uchovávat informaci o  $k$ -tici symbolů v konečné paměti řídící jednotky. Deterministický automat tedy může např. provádět manipulaci se zásobníkem se zpožděním až po přečtení potřebných  $k$  symbolů.

Zde ovšem vzniká další potíž. Kdyby automat pouze udíloval konstantní předstih hlavy, mohlo by se stát, že hlava opustí pravý konec slova dříve, než má automat možnost dokončit simulaci výpočtu. Tomu lze poměrně snadno odpomoci, pokud je pravý konec vstupní pásky označen speciálním koncovým znakem. Na tomto znaku se vstupní hlava zastaví.

Od deterministického automatu s koncovým znakem lze pak přejít k ekvivalentnímu deterministickému zásobníkovému automatu bez koncového znaku, protože podle tabulky 8 jsou deterministické jazyky uzavřeny vůči pravému kvocientu s regulárním jazykem.

Ukážeme, že platí i věta obrácená k větě 5.5.2.

**Věta 5.5.3.** *Každý deterministický jazyk je  $LR(1)$  jazyk.*

Důkaz věty je bezprostředním důsledkem následujících tří lemmat.

**Lemma 5.5.4.** *Nechť  $L$  je libovolný bezkontextový jazyk,  $\#$  přidaný symbol a  $\mathcal{G}$  redukovaná bezkontextová gramatika generující jazyk  $L\#$ . Jestliže některý stav 1-položkového automatu pro  $\mathcal{G}$  obsahuje 1-položku tvaru  $(A \rightarrow \alpha. \# \beta, L)$ , potom  $L = \{e\} \cup 1(\beta) = e$ .*

Důkaz. Indukcí se snadno ověří, že kdyby existovalo neprázdné slovo  $u \in L$ , nebo  $1(\beta) \neq e$ , existovalo by odvození

$$S \Rightarrow^* \delta Auv \Rightarrow^* \delta \alpha \# \beta uw \Rightarrow^* w_1 \# w_2$$

pro nějaké  $w_2 \neq e$ , což je spor s předpokladem, že  $w_1 \# w_2 \notin L\#$ .

**Lemma 5.5.5.** *Nechť  $L\#$  je  $LR(0)$  jazyk, přičemž symbol  $\#$  se nevykytuje v žádném slově jazyka  $L$ . Potom  $L$  je  $LR(1)$  jazyk.*

Důkaz. Nechť  $\mathcal{G}$  je  $LR(0)$  gramatika taková, že  $L(\mathcal{G}) = L\#$ .

Sestrojme 1-položkový automat  $\mathcal{A}$  pro  $\mathcal{G}$ . Jakmile některý stav  $q$  automatu  $\mathcal{A}$  obsahuje 1-položku tvaru  $(A \rightarrow \alpha. \# \beta, \hat{L})$ , je podle 5.5.4  $\hat{L} = \{e\}$ . Navíc platí, že  $q$  neobsahuje žádnou úplnou 1-položku. Jinak by odpovídající stav položkového automatu obsahoval jednak  $A \rightarrow \alpha. \# \beta$ , jednak úplnou položku, a to by bylo ve sporu s předpokladem, že  $\mathcal{G}$  je  $LR(0)$  gramatika. Podobně  $q$  neobsahuje žádnou další 1-položku s terminálem bezprostředně za tečkou.

Sestrojme nyní gramatiku  $\mathcal{G}'$ , která se od  $\mathcal{G}$  bude lišit pouze tím, že  $\#$  bude v  $\mathcal{G}'$  patřit mezi neterminály a oproti  $\mathcal{G}$  bude mít navíc pravidlo  $\# \rightarrow e$ .

Okamžitě je zřejmé, že  $L(\mathcal{G}') = L$ .

Z konstrukce 1-položkového automatu plyne, že 1-položkový automat pro  $\mathcal{G}'$  se od 1-položkového automatu pro  $\mathcal{G}$  liší pouze ve stavech, které u gramatiky  $\mathcal{G}$  obsahovaly 1-položku typu  $(A \rightarrow \alpha. \# \beta, e)$ . Odpovídající stav u  $\mathcal{G}'$  vždy navíc obsahuje 1-položku  $(\# \rightarrow., e)$ . Ostatní stavy se shodují. Z toho je vidět, že i 1-položkový automat pro  $\mathcal{G}'$  splňuje podmínky z definice  $LR(1)$  gramatiky. Stavy, ve kterých je nyní navíc 1-položka  $(\# \rightarrow., e)$ , už u gramatiky  $\mathcal{G}$  neobsahovaly jinou úplnou 1-položku. Pokud takový stav obsahuje nějakou 1-položku  $(X \rightarrow \gamma. x\delta, L)$  s terminálem  $x$ , potom kolize s 1-položkou  $(\# \rightarrow., e)$  opět nenastává, protože

$$1(x\delta, \hat{L}) = \{x\} \cup \{x\} \cap \{e\} = \emptyset.$$

[Samozřejmě nenastává ani kolize s  $(A \rightarrow \alpha. \# \beta, e)$ , protože  $\#$  je v  $\mathcal{G}'$  neterminálem.]

**Lemma 5.5.6.** *Jestliže  $L$  je deterministický jazyk a  $\#$  nově přidaný symbol, potom  $L\#$  je  $LR(0)$  jazyk.*

Důkaz. Jazyk  $L\#$  je podle 4.4.11 rozpoznatelný deterministickým zásobníkovým automatem pomocí prázdného zásobníku. Proto je podle 5.3.1  $LR(0)$  jazyk.

Důkaz věty 5.5.3. Bud'  $L$  libovolný deterministický jazyk a  $\#$  nějaký nově přidaný symbol. Potom  $L\#$  je podle 5.5.6  $LR(0)$  jazyk, a tedy  $L$  je podle 5.5.5  $LR(1)$  jazyk.

**Věta 5.5.7.** Jazyk je deterministický, práve když je to  $LR$  jazyk.

Důkaz plyne bezprostředně z vět 5.5.2 a 5.5.3.

**Důsledek 5.5.8.** Každý  $LR$  jazyk je  $LR(1)$  jazyk.

Důkaz. Každý  $LR$  jazyk je deterministický podle 5.5.2, a tedy její podle 5.5.5 generuje vhodná  $LR(1)$  gramatika.

**Poznámka 5.5.9.** Z 5.5.7 pochopitelně neplyne, že každá  $LR$  gramatika je  $LR(1)$ . Naopak, lze ukázat, že pro každé  $k > 0$  existuje  $LR(k)$  gramatika, která není  $LR(k-1)$ .

## 5.6. $LL(k)$ gramatiky

Zobecněním pojmu  $LL(1)$  gramatiky dostaneme pojem  $LL(k)$  gramatiky.

**Definice 5.6.1.** Budíž  $k \geq 1$  přirozené číslo. O bezkontextové gramatice  $\mathcal{G} = (\Pi, \Sigma, S, P)$  říkáme, že je  $LL(k)$  gramatika, jestliže pro libovolná dvě pravidla  $A \rightarrow \alpha, A \rightarrow \beta$  ( $\alpha \neq \beta$ ) gramatiky a libovolnou levou větnou formu  $uA\eta$  ( $u \in \Sigma^*$ ) platí, že

$$k(\alpha\eta) \cap k(\beta\eta) = \emptyset.$$

Čtenář, který už si osvojil, jak souvisí levé derivace s analýzou shora, dokáže jistě odhadnout dosah této definice pro analýzu. Levá větná forma  $uA\eta$  odpovídá situaci, kdy v zásobníku je uloženo slovo  $A\eta$  (levý konec slova zde opět znamená vrchol zásobníku). Jestliže je splněna podmínka z definice  $LL(k)$  gramatiky, znamená to, že  $k$ -tice terminálních symbolů, která se postupně objeví na vrcholu zásobníku  $\alpha\eta$  (tj. zásobníku po přepsání podle pravidla  $A \rightarrow \alpha$ ), se v žádném případě nemůže objevit na vrcholu při zpracování zásobníku  $\beta\eta$  a obráceně. Klíč k určení, které z pravidel  $A \rightarrow \alpha, A \rightarrow \beta$  použít, tedy lze najít v následující  $k$ -tici vstupních symbolů.

**Definice 5.6.2.** Budíž  $k \geq 1$  přirozené číslo. Silnou  $LL(k)$  gramatikou nazveme každou bezkontextovou gramatiku

$$\mathcal{G} = (\Pi, \Sigma, S, P)$$

splňující tuto podmíinku: Pro libovolná dvě pravidla  $A \rightarrow \alpha, A \rightarrow \beta$  ( $\alpha \neq \beta$ ) gramatiky a libovolné levé větné formy  $uA\eta, vA\eta$  ( $u, v \in \Sigma^*$ ) je

$$k(\alpha\eta) \cap k(\beta\eta) = \emptyset.$$

**Poznámka 5.6.3.** Než vyjasníme zdánlivý nesoulad mezi definicí  $LL(1)$  gramatiky z čl. 5.1 a definicemi 5.6.1, 5.6.2, uvědomme si, že požadavek kladený na silnou  $LL(k)$  gramatiku je silnější než požadavek kladený na  $LL(k)$  gramatiku. Proto je každá silná  $LL(k)$  gramatika také  $LL(k)$  gramatikou. Obráceně to platí nemusí (pro  $k \geq 2$ ), jak ukážeme.

**Příklad 5.6.4.** Přesvědčíme se, že gramatika

$$S \rightarrow 0400 \mid 1A10,$$

$$A \rightarrow 1 \mid e$$

je  $LL(2)$ , ale není to silná  $LL(2)$  gramatika.  $S$ -pravidla mají na začátku pravých stran odlišné terminály, takže stačí prozkoumat pouze  $A$ -pravidla. Existují pouze dvě levé formy obsahující  $A$ , a to  $0A00$  a  $1A10$ . Ověřme pro obě podmínku z definice 5.6.1:  $2(100) \cap 2(e00) = \emptyset$  a  $2(110) \cap 2(e10) = \emptyset$ , gramatika je tedy  $LL(2)$ .

Na druhé straně  $2(100) \cap 2(e10) = \{10\}$ , což znamená, že gramatika není silná  $LL(2)$  gramatikou.

**Poznámka 5.6.5.** Uchýlime-li se opět k interpretaci definice 5.6.2 v termínních analýz shora, je možné silné  $LL(k)$  gramatiky charakterizovat jako takové, u nichž přepsání symbolu  $A$  na vrcholu zásobníku řetězem  $\alpha$  při nějakém výpočtu vede k postupnému vydání  $k$ -tice terminálních symbolů odlišných od  $k$ -tic, které se objeví po přepálení  $A$  na  $\beta$  i při libovolném jiném výpočtu. Díky tomu je návrh analyzátoru pro silné  $LL(k)$  gramatiky jednodušší než v obecném  $LL(k)$  případě.