

# ORGANIZÁČIA

➔ ÚLOHY 6 sád  $\sim$  body

Študent 1  $\sim$  MAX A

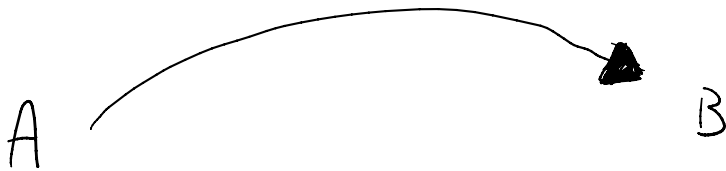
85% MAX B

75% MAX 3/5

??? MAX - ZAPČET  
???

~~zdroje~~ zdroje: IS, diskusné fóra, zbierka  
↓  
študijné materiály

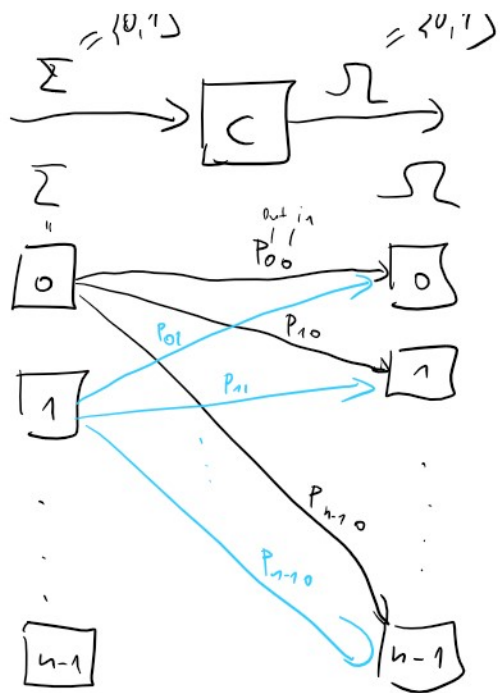
## ZÁKLADY TEÓRIE KÓDOVANIA



$\Sigma$  - sada symbolov ktoré vie Alica poslať  
(signal)

$\Omega$  - sada symbolov, ktoré vie Bob prijať  
(signal)

$$\Sigma = \{0,1\} \quad \Omega = \{0,1\} \quad \Sigma = \Omega$$



$$\Sigma = \Omega$$

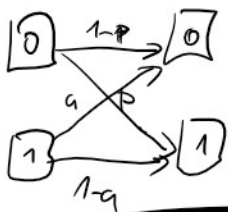
$$P_{00} + P_{10} + \dots + P_{n-1,0} = 1$$

$$P_{01} + P_{11} + \dots + P_{n-1,1} = 1$$

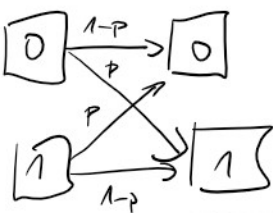
⋮

$$P_{0,n-1} + P_{1,n-1} + \dots + P_{n-1,n-1} = 1$$

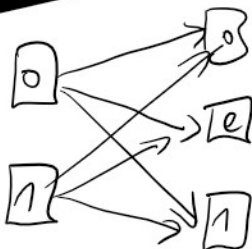
## STOCHASTICKÁ MATICA



→ binární kanál



→ binární symetrický kanál



→ erasure kanál

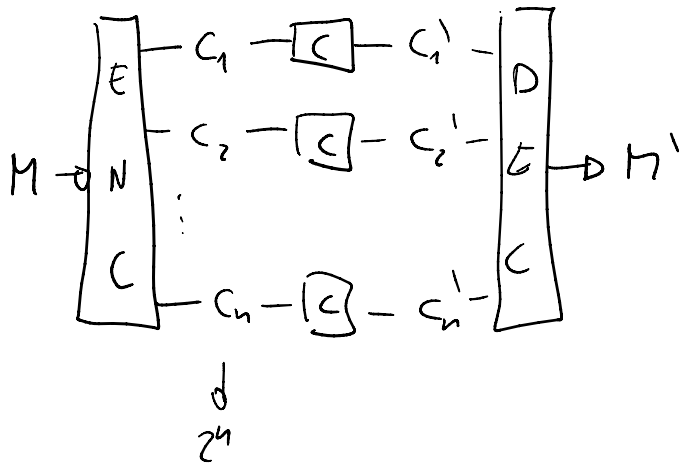
$$P < \frac{1}{2}$$

! ! !  
0 0 0

# PRINCÍP MAXIMÁLNĚJŠÍ PRAVDĚPODOBŇNOSTI

Az Bob dostane signál 0, azo ho interpretuje?

Az 0, pretože to má väčšiu pravdepodobnosť.



## REPETIČNÝ KÓD

$M \in \{0, 1\}$	ENCODER	DECODER
$\Sigma = \sum \in \{0, 1\}$	$0 \rightarrow 000$	$\{000, 001, 010, 100\} \rightarrow 0$
$P < 1/2$	$1 \rightarrow 111$	$\{111, 011, 101, 110\} \rightarrow 1$

$$P(000|001) = (1-p)^2 \cdot p$$

$$P(111|001) = p^2 \cdot (1-p)$$

## Repetičné kódy

$M = \{0, 1\}$	Encoder	Decoder
$\Sigma = \Sigma = \{0, 1\}$	$0 \rightarrow \underbrace{0 \dots 0}_{2z+1}$	$\#0 > z \rightarrow 0$
$P < 1/2$	$1 \rightarrow \underbrace{1 \dots 1}_{2z+1}$	$\#1 > z \rightarrow 1$

$$\begin{array}{l} 2^{\ell+1} \\ \underbrace{11111}_{\ell} \underbrace{000000}_{\ell+1} \rightarrow 0 \quad (\text{potrebujúcich } \ell \text{ chýb}) \\ \rightarrow 1 \quad (\text{potrebujúcich } \ell+1 \text{ chýb}) \end{array}$$

$$P_r(\text{správneho dešifrovania}) = \sum_{i=0}^{\ell} \binom{2^{\ell+1}}{i} p^i (1-p)^{2^{\ell+1}-i}$$

$$\lim_{\ell \rightarrow \infty} \left[ P_r(\text{správneho dešifrovania}) \right] = 1$$

$$\frac{\# \text{ správ}}{\text{dĺžka kódovaných slov}} = \frac{2}{2^{\ell+1}} \xrightarrow{\ell \rightarrow \infty} 0 \quad (\text{code rate})$$

Shannova teória :  $\max_X I(X:Y)$   
 $\uparrow$  pravdepodobnosť distribúcia výstupov  
 $\uparrow$  pravdepodobnosť distribúcia vstupov

## Hammingova vzdialenosť

$$c_i \in \{0,1\}^7$$

$$c_i \in C$$

$$C \subseteq \{0,1\}^7$$

$$C - \text{zóna}$$

$c_i$  - kódové slovo

$\text{Ham}(c_i, c_j)$  - počet pozícií na ktorých sa líšia.

EX 1.6  $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$   
 $C = \{10001, 00110, 11010, 01101\}$

$$\text{Ham}(c_1, c_2) = 4$$

$$\text{Ham}(c_2, c_3) = 3$$

$$\text{Ham}(c_1, c_4) = 3$$

$$\text{Ham}(c_2, c_4) = 3$$



$$\text{Ham}(10001, 11010) = 3 \quad \text{Ham}(c_2, c_4) = 3$$

$$\text{Ham}(c_1, c_4) = 3 \quad \text{Ham}(c_3, c_4) = 4$$

$n = 5$  dĺžka  
 $M = 4$  počet slov  
 $d = 3$  minimálna vzdialenosť

Detekcia chýb - ak sa stane najviac  $d-1$  chýb, chyba je detekovateľná.

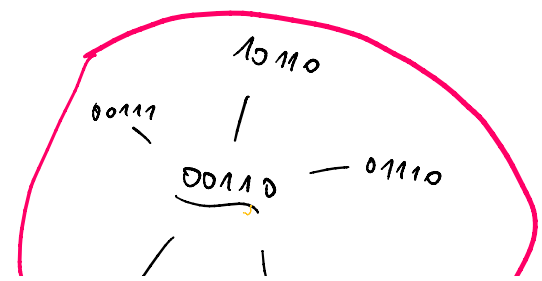
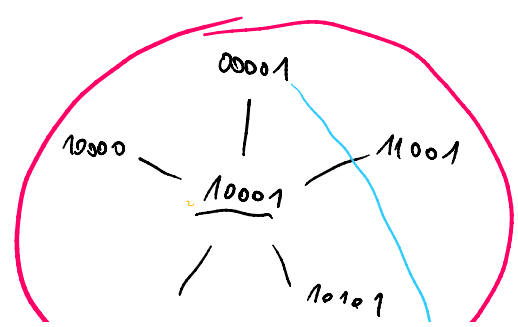
Oprava chýb - ak  $d = 2t+1$  a stane sa najviac  $t$  chýb, dešóder ich správne opraví.

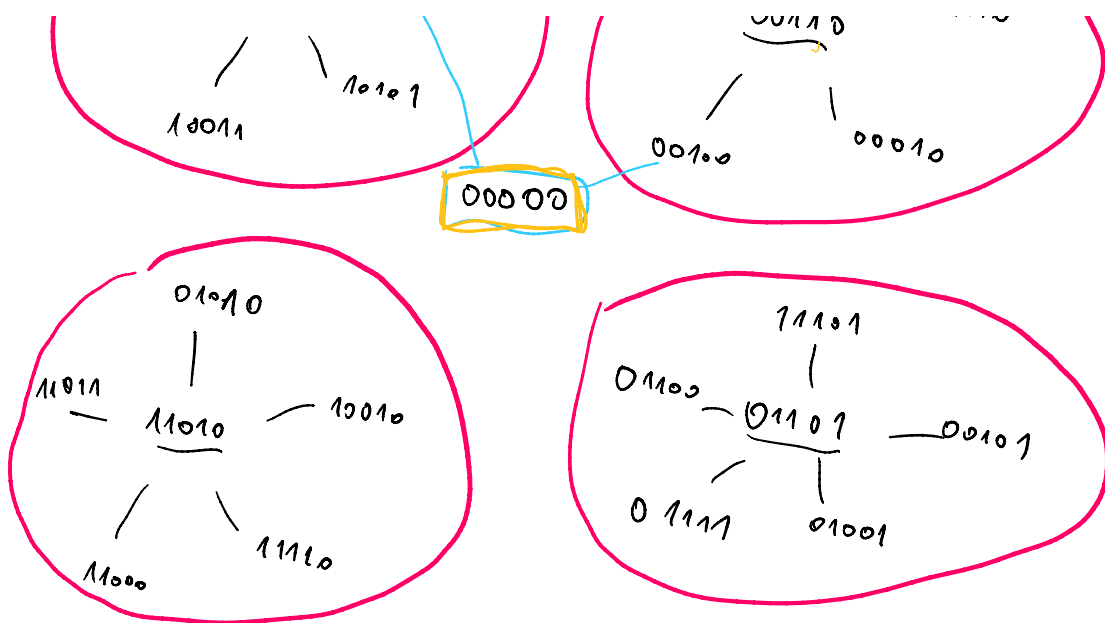
b- výstup z šumy. Dešóder spočíta  
 $t_i = \text{Ham}(c_i, y)$   
 došóduje ako  $c_i$  s najmenším  $t_i$

$A_q(n, M)$  - maximálne možné  $d$  pre kódy s  $M$  slovami  
 dĺžky  $n$ .

veľkosť abecedy  
 ( $q=2$ )

$$C = \{c_1, c_2, c_3, c_4\} = \{10001, 00110, 11010, 01101\}$$





Perfektné šódy  $\rightarrow$  Každý retázeč patrí do niektorej sféry  
 o polomere  $\leq (d=2k+1)$

$$M \cdot \left( \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{k} \right) \leq 2^n$$

počet stavov vo sfére o polomere  $k$

$d=2k+1$

Pre perfektné šódy  
 nastáva rovnosť

## Ekvivalencia šócov

Dva šócy  $C_1$  a  $C_2$  sú ekvivalentné

až sa  $C_2$  dá získať z  $C_1$  pomocou retázeča  
 dvoch typov operácií

1.) permutácia pozícií slov

2.) permutácia symbolov na fixnej pozícii slov:

$$C_1 = \{ \overset{\curvearrowright}{1}0001, \overset{\curvearrowright}{0}0110, \overset{\curvearrowright}{1}1010, \overset{\curvearrowright}{0}1101 \}$$

$$C_2 = \{ \overset{\downarrow}{0}1001, \overset{\downarrow}{0}0110, \overset{\downarrow}{1}1010, \overset{\downarrow}{1}0101 \}$$

$$C_3 = \{ 00001, 01110, 10010, 11101 \}$$