

Separované proměnné

- $2y - x^3 y' = 0$ $[y = C e^{-\frac{1}{x^2}}, C \in \mathbb{R}]$
- $y' \cos^2 x = (1 + \cos^2 x) \sqrt{1 - y^2}$ $[y = \pm 1, y = \sin(\operatorname{tg} x + x + C), C \in \mathbb{R}]$
- $y' = \frac{y^2 - y}{x}$ $[y = 0, y = \frac{y-1}{y} = Cx, C \in \mathbb{R}]$
- $y' \cotg x + y - 2 = 0, \quad y(0) = -1$ $[y = 2 - 3 \cos x]$
- $y \ln y + x y' = 0 \quad y(1) = 1$ $[y = 1]$
- $(1 + e^x) \frac{y'}{y} + e^x = 0 \quad y(0) = 1$ $[y = \frac{2}{1+e^y}]$

Homogenní rovnice

- $xy' = 2x + y$ $[y = 2x \ln |x| + Cx, C \in \mathbb{R}]$
- $xy' = x \operatorname{tg} \left(\frac{y}{x} \right) + y$ $[\sin \left(\frac{y}{x} \right) = Cx, C \in \mathbb{R}]$
- $xy' \sin \left(\frac{y}{x} \right) = y \sin \left(\frac{y}{x} \right) - x$ $[\cos \left(\frac{y}{x} \right) = \ln |x| + C, C \in \mathbb{R}]$
- $(x + y) y' = 2y$ $\left[y = x, \frac{\frac{y}{x}}{(1 - \frac{y}{x})^2} = Cx, C \in \mathbb{R} \right]$

Lineární rovnice

- $y' = 2xy - x$ $[y = \frac{1}{2} + C e^{x^2}, C \in \mathbb{R}]$
- $y' = \frac{1}{e^{-y} - x}$ $[x = C e^{-y} + y e^{-y}, C \in \mathbb{R}]$
- $x^2 y' + xy + 1 = 0$ $[y = -\frac{\ln |x|}{x} + \frac{C}{x}, x \in \mathbb{R} - \{0\} C \in \mathbb{R}]$
- V rámci řízeného experimentu došlo k vyhasnutí malé experimentální tavicí pece při konstantní okolní teplotě 300 K. Experiment začal ve 12.00. Ve 13.00 byla měřením odhadnuta teplota v peci na 1 300 K a v 15.00 na 550 K. Za předpokladu, že tyto odhady teplot jsou přesné, vypočti teplotu v peci ve 14.00. $[800 \text{ K}]$

Bernoulliho rovnice

- $xy' - y = -xy^2$ $[y = 0, y = \frac{2x}{x^2 + Cx}, C \in \mathbb{R}]$
- $3x^2 y' + xy = y^{-2}$ $[y^3 = \frac{\ln |x| + C}{x}, C \in \mathbb{R}]$
- $xy' + y = y^2 x \ln x$ $[y = 0, y = \left(Cx - \frac{x \ln^2 x}{2} \right)^{-1}, C \in \mathbb{R}]$

$$4. \quad y' + y + y^2 e^x = 0 \quad \left[y = 0, y = \frac{1}{xe^x + Ce^x}, C \in \mathbb{R} \right]$$

$$5. \quad y' + 2xy = 2x^3 y^3 \quad \left[y = 0, \frac{1}{y^2} = x^2 + \frac{1}{2} + Ce^{2x^2}, C \in \mathbb{R} \right]$$

Lineární rovnice 2. řádu s konstantními koeficienty

$$1. \quad y'' + 2y' + y = 0 \quad [y = Ae^{-x} + Bxe^{-x}, A, B \in \mathbb{R}]$$

$$2. \quad y'' + 3y' - 4y = 0 \quad [y = Ae^{4x} + Be^{-x}, A, B \in \mathbb{R}]$$

$$3. \quad y'' + y' + y = 0 \quad \left[y = e^{-\frac{x}{2}} \left(A \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x \right) + B \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x \right) \right), A, B \in \mathbb{R} \right]$$