

## Domácí úkoly Algebra I – podzim 2021 – 1. týden

1. Určete nejmenší nezáporné celé číslo  $a$  takové, že  $([2]_{37})^{2021^{2021}} = [a]_{37}$ .
2. Určete nejmenší nezáporné celé číslo  $a$  takové, že  $[831]_{353} \cdot [a]_{353} = [1]_{353}$ .
3. Na množině  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  uvažujme relaci ekvivalence  $\sim$  definovanou předpisem

$$(a, b) \sim (\bar{a}, \bar{b}) \iff (a - \bar{a}) - (b - \bar{b}) \in \mathbb{Z}.$$

Pro každý z následujících předpisů rozhodněte, zda korektně definuje na množině  $S = (\mathbb{R} \times \mathbb{R})/\sim$  operaci takovou, že  $(S, \star)$  je pologrupa.

- (a)  $[(a, b)]_{\sim} \star [(c, d)]_{\sim} = [(c - b, d - a)]_{\sim}$ , pro  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$
- (b)  $[(a, b)]_{\sim} \star [(c, d)]_{\sim} = [(a \cdot c, b \cdot d)]_{\sim}$ , pro  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$