

## Domácí úkoly Algebra I – podzim 2021 – 4. týden

1. Rozhodněte, zda množina  $H = \{(2^z, 2^{z+1} - 2) \mid z \in \mathbb{Z}\}$  je podgrupou grupy  $(G, \diamond)$ , kde  $G = (\mathbb{Q} \setminus \{0\}) \times \mathbb{Q}$  a  $\diamond$  je operace definovaná pro všechna  $(p, q), (r, s) \in G$  předpisem

$$(p, q) \diamond (r, s) = (2pr, 2qr + 2r + s).$$

2. Rozhodněte, pro která  $n \in \{9, 33, 93\}$  zadává předpis

$$\varphi\left(\left([a]_{99}, [b]_{10}\right)\right) = [a \cdot 2^b]_n, \quad \text{pro } a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N},$$

korektně homomorfismus, případně izomorfismus, grupy  $(\mathbb{Z}_{99}, \cdot)^* \times (\mathbb{Z}_{10}, +)$  do grupy  $(\mathbb{Z}_n, \cdot)^*$ .