

Reprezentace a vyvozování znalostí

Aleš Horák

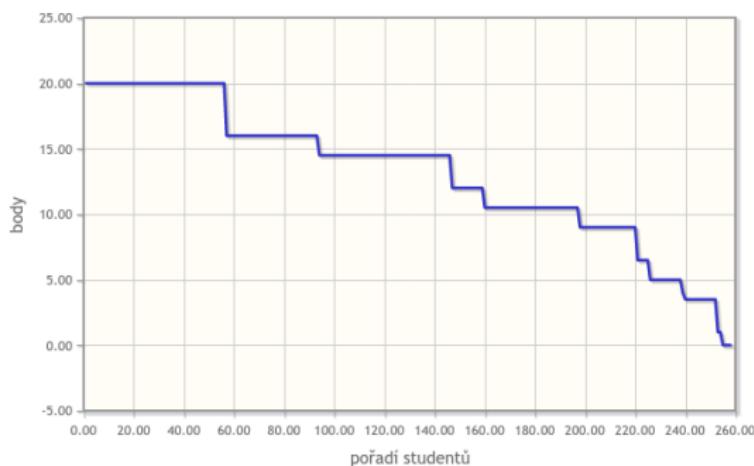
E-mail: hales@fi.muni.cz
<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

Obsah:

- Statistické výsledky průběžné písemky
- Reprezentace a vyvozování znalostí
- Extralogické informace
- Pravidlové systémy
- Nejistota a pravděpodobnost

Statistické výsledky průběžné písemky

průběžná písemka PB016
258 studentů



Body	Počet studentů
20	56
16	37
14.5	53
12	13
10.5	38
9	23
6.5	5
5	13
4	1
3.5	13
1	2
0	4

Medián: 14.5 bodů

Reprezentace a vyvozování znalostí

otázka:

Jak zapíšeme znalosti o problému/doméně?

Když je zapíšeme, můžeme z nich mechanicky odvodit nová fakta?

- **reprezentace znalostí** (*knowledge representation*) – hledá způsob vyjádření znalostí počítačově zpracovatelnou formou (za účelem odvozování)
- **vyvozování znalostí** (*reasoning*) – zpracovává znalosti uložené v **bázi znalostí** (*knowledge base, KB*) a provádí **odvození** (*inference*) nových závěrů:
 - odpovědi na dotazy
 - zjištění faktů, které vyplývají z faktů a pravidel v KB
 - odvodit akci, která vyplývá z dodaných znalostí, ...

Reprezentace znalostí

proč je potřeba speciální **reprezentace znalostí?**

Reprezentace znalostí

proč je potřeba speciální **reprezentace znalostí?**

vnímání lidí × vnímání počítačů

- **člověk**

- když dostane novou věc (třeba pomeranč) – **prozkoumá** a **zapamatuje** si ho (a třeba sní)
- během tohoto procesu člověk **zjistí** a **uloží** si všechny základní vlastnosti předmětu
- později, když se **zmíní** daná věc, vyhledají se a připomenou uložené informace

- **počítač**

- musí se spolehnout na informace od lidí
- jednodušší informace – přímé *programování*
- složité nebo rozsáhlé informace – zadané v **symbolickém jazyce**

Volba reprezentace znalostí

která reprezentace znalostí je nejlepší?

Volba reprezentace znalostí

která **reprezentace znalostí** je **nejlepší**?

Pro řešení skutečně obtížných problémů musíme používat několik různých reprezentací. Každý konkrétní typ datových struktur má totiž své klady a zápory a žádný se sám o sobě nezdá adekvátní pro všechny funkce zahrnuté v tom, čemu říkáme "selský rozum" (common sense).

– Marvin Minsky, spoluzakladatel MIT UI lab

Limity reprezentace znalostí

Všechny modely se mylí, některé jsou ale užitečné.

(All models are wrong, but some are useful)

– George Box, významný britský statistik

Limity reprezentace znalostí

Všechny modely se mýlí, některé jsou ale užitečné.

(All models are wrong, but some are useful)

– George Box, významný britský statistik

Kompletní reprezentace
znalostí má řešit:

- kategorie
- míry a hodnoty
- složené objekty
- čas, prostor a změny
- události a procesy
- fyzické objekty
- látky/substance
- mentální objekty a postoje
- ...

Často je nutné se kvůli efektivitě modelu vzdát přesnosti nebo úplnosti.

Reifikace – abstrakce jako objekt

reifikace (zvěčnění) – zjednodušení (logické) analýzy
abstrakci/objekt vyššího řádu modelujeme jako **objekt**

vlastnost objektu \approx predikát pomeranč

“držím pomeranč” \approx držet(Já, x) \wedge pomeranč(x)

“mám rád chut' pomeranče” \approx mít_rád(Já, x) \wedge x = chut'(?pomeranč?)

... v PL1 nelze

Reifikace – abstrakce jako objekt

reifikace (zvěcnění) – zjednodušení (logické) analýzy
abstrakci/objekt vyššího řádu modelujeme jako **objekt**

vlastnost objektu \approx predikát pomeranč

“držím pomeranč” \approx držet(Já, x) \wedge pomeranč(x)

“mám rád chuť pomeranče” \approx mít_rád(Já, x) \wedge x = chuť(?pomeranč?)

... v PL1 nelze

s reifikací predikátu **pomeranč** (konstanta):

“mám rád chuť pomeranče” \approx mít_rád(Já, x) \wedge x = chuť(pomeranč)

“držím pomeranč” \approx držet(Já, x) \wedge is_instance(x, pomeranč)

Reifikace – abstrakce jako objekt

reifikace (zvěčnění) – zjednodušení (logické) analýzy
abstrakci/objekt vyššího řádu modelujeme jako **objekt**

vlastnost objektu \approx predikát pomeranč

“držím pomeranč” \approx držet(Já, x) \wedge pomeranč(x)

“mám rád chuť pomeranče” \approx mít_rád(Já, x) \wedge x = chuť(?pomeranč?)

... v PL1 nelze

s reifikací predikátu **pomeranč** (konstanta):

“mám rád chuť pomeranče” \approx mít_rád(Já, x) \wedge x = chuť(pomeranč)

“držím pomeranč” \approx držet(Já, x) \wedge is_instance(x, pomeranč)

Z čistě logického hlediska vznikají **neexistující objekty** (spory při tvrzení o **neexistenci**)

ale při **korektním** zpracování – stačí **jednodušší formalismus**

Obsah

1 Statistické výsledky průběžné písemky

2 Reprezentace a vyvozování znalostí

- Reprezentace znalostí

3 Extralogické informace

- Třídy objektů

- Ontologie

- Sémantické sítě

- Rámce

4 Pravidlové systémy

- Pravidlová báze znalostí

- Expertní systémy

5 Nejistota a pravděpodobnost

- Nejistota

- Pravděpodobnost

- Vyvozování z nejistých znalostí

Extralogické informace – třídy, sémantické sítě, rámce

co jsme dosud ignorovali:

- objekty reálného světa mají mezi sebou vztahy
 - třídy/kategorie, podtřídy × nadtřídy
 - hierarchie vztahů části/celku
 - dědění vlastností v hierarchiích
- stav světa se může měnit v čase
 - explicitní reprezentace času
 - nemonotonné uvažování (pravdivost se může měnit v čase)
- ne každá informace je “černobílá”
 - nejistota
 - statistika, fuzzy logika

Třídy objektů

- “Chci si kupit fotbalový míč.”
 - *Chci si kupit FM27341* – špatně
 - *Chci si kupit objekt, který je prvkem třídy fotbalových míčů* – správně
- objekty jsou organizovány do **hierarchie tříd**
 - $FM27341 \in \text{fotbalové_míče}$
 - $\text{fotbalové_míče} \subset \text{míče}$
- **fakta** (objekty) \times **pravidla** (třídy)
 - *Všechny míče jsou kulaté.*
 - *Všechny fotbalové míče mají X cm v průměru.*
 - *FM27341 je červenomodrobílý.*
 - *FM27341 je fotbalový míč.*
 - *(Proto: FM27341 je kulatý a má X cm v průměru.)*

Ontologie

- **ontologie** ve filozofii – nauka o **existenci** a typech existencí
- **ontologie** v informatice – **formální popis znalostí**, pojmy a vztahy mezi pojmy, hierarchie
- ontologie **obecné** (*upper level*) × **doménové**
- různé dostupné obecné, žádná standardem (zatím):
(Open)Cyc, SUMO/MILO, Dublin Core, DOLCE, ...
<http://archivo.dbpedia.org>, <http://www.ontologyportal.org>

Ontologie

- **ontologie** ve filozofii – nauka o **existenci** a typech existencí
- **ontologie** v informatice – **formální popis znalostí**, pojmy a vztahy mezi pojmy, hierarchie
- ontologie **obecné** (*upper level*) × **doménové**
- různé dostupné obecné, žádná standardem (zatím):
(Open)Cyc, SUMO/MILO, Dublin Core, DOLCE, ...
<http://archivo.dbpedia.org>, <http://www.ontologyportal.org>

```
(=>
  (and
    (instance ?KILL Killing)
    (patient ?KILL ?OBJ))
  (exists (?DEATH)
    (and
      (instance ?DEATH Death)
      (experiencer ?DEATH ?OBJ)
      (causes ?KILL ?DEATH))))
```

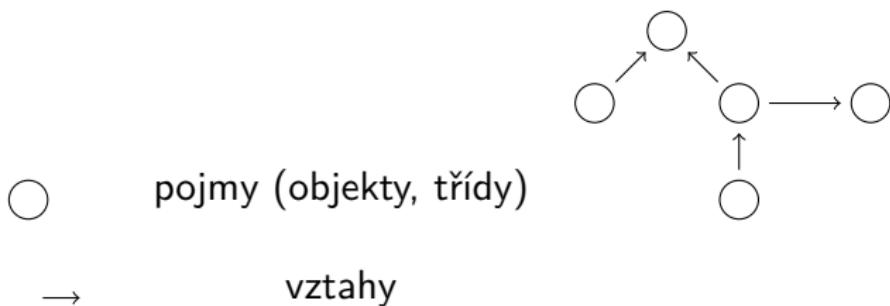
Pokud nějaký proces (?KILL) je instancí zabíjení (Killing) a nějaký agent (?OBJ) je předmětem toho procesu => pak existuje jiný proces (?DEATH) takový, že tento jiný proces je instancí smrti (Death) a agent ?OBJ se účastní tohoto jiného procesu ?DEATH a původní proces ?KILL je přičinou tohoto jiného procesu ?DEATH

SliDo

Sémantické sítě

sémantické sítě – reprezentace faktových znalostí (pojmy + vztahy)

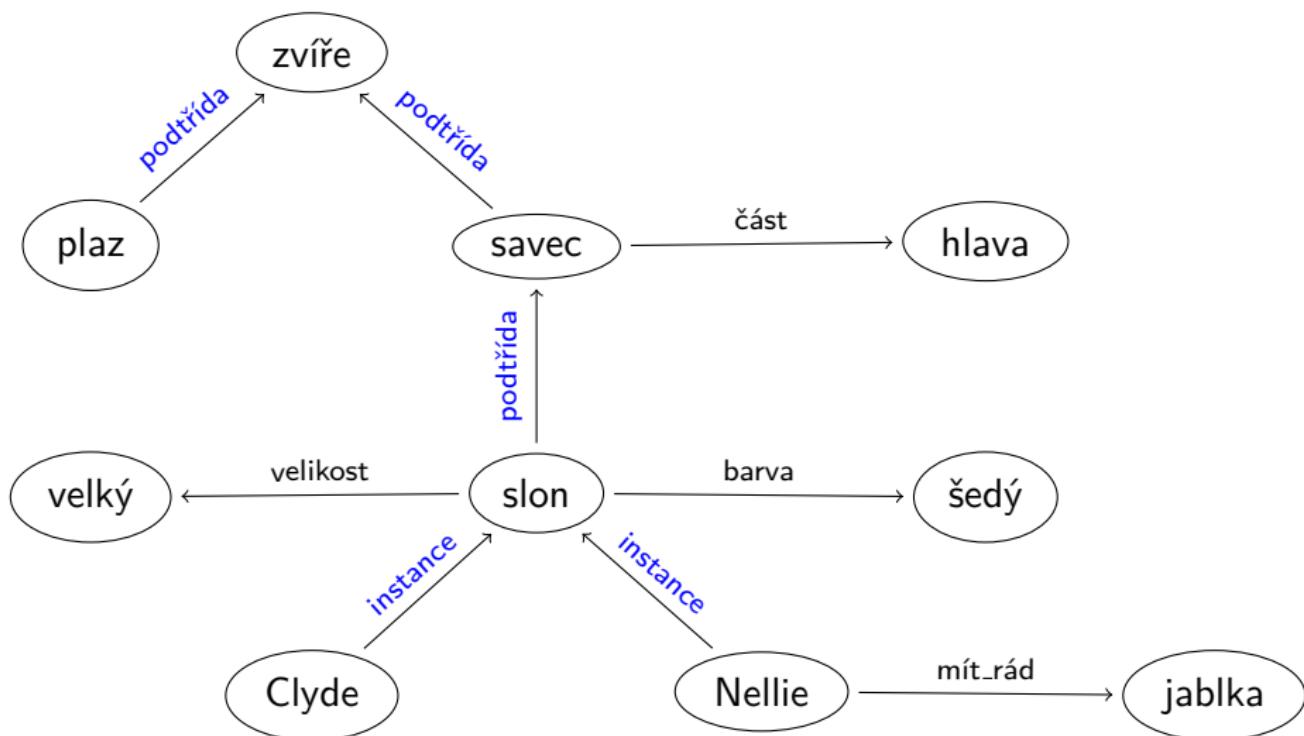
- vznikly kolem roku 1960 pro reprezentaci významu anglických slov
- znalosti jsou uloženy ve formě grafu



- nejdůležitější vztahy – **taxonomie**:

- **podtřída** (*subclass*) – vztah mezi třídami
 - **instance** – vztah mezi konkrétním objektem a jeho rodičovskou třídou
- jiné vztahy – **část** (*has-part*), barva, ...

Sémantické sítě – příklad



Dědičnost v sémantických sítích

- pojem sémantické sítě *předchází* OOP
- **dědičnost:**
 - jestliže určitá vlastnost platí pro **třídu** → platí i pro **všechny** její podtřídy
 - jestliže určitá vlastnost platí pro **třídu** → platí i pro **všechny prvky** této třídy
- určení hodnoty vlastnosti – **rekurzivní algoritmus**
- potřeba specifikovat i výjimky – mechanizmus **vzorů** a **výjimek** (*defaults and exceptions*)
 - **vzor** – hodnota vlastnosti u třídy nebo podtřídy, platí ta, co je blíž objektu
 - **výjimka** – u konkrétního objektu, odlišná od vzoru

Dědičnost vztahů část/celek

- “Krávy mají 4 nohy.”
 - každá noha je částí krávy
- “Na poli je (konkrétní) kráva.”
 - všechny části krávy jsou taky na poli
- “Ta kráva (na poli) je hnědá (celá).”
 - všechny části té krávy jsou hnědé
- “Ta kráva je šťastná.”
 - všechny části té krávy jsou šťastné

Dědičnost vztahů část/celek

- “Krávy mají 4 nohy.”
 - každá noha je částí krávy
- “Na poli je (konkrétní) kráva.”
 - všechny části krávy jsou taky na poli
- “Ta kráva (na poli) je hnědá (celá).”
 - všechny části té krávy jsou hnědé
- “Ta kráva je šťastná.”
 - ~~všechny části té krávy jsou šťastné~~ – neplatí
- lekce: některé vlastnosti jsou děděny částmi, některé nejsou explicitně se to vyjadřuje pomocí pravidel jako
 $part-of(x, y) \wedge location(y, z) \Rightarrow location(x, z)$

Vzory a výjimky – příklad

- “Všichni ptáci mají křídla.”
- “Všichni **ptáci** umí létat.”
- “Ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat.”
- kdo umí létat:
 - “Penelope je pták.”
 - “Penelope je tučňák.”
 - “Penelope je kouzelný tučňák.”

Vzory a výjimky – příklad

- "Všichni ptáci mají křídla."
 - "Všichni **ptáci** umí létat."
 - "Ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat."
 - "**Tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat."
 - "**Kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat."
 - kdo umí létat:
 - "Penelope je pták." ⇒ "Penelope **umí** létat."
 - "Penelope je tučňák."
 - "Penelope je kouzelný tučňák."

Vzory a výjimky – příklad

- "Všichni ptáci mají křídla."
- "Všichni **ptáci** umí létat."
- "Ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat."
- "**Tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat."
- "**Kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat."
- kdo umí létat:
 - "Penelope je pták." ⇒ "Penelope **umí** létat."
 - "Penelope je tučňák." ⇒ "Penelope **neumí** létat."
 - "Penelope je kouzelný tučňák."

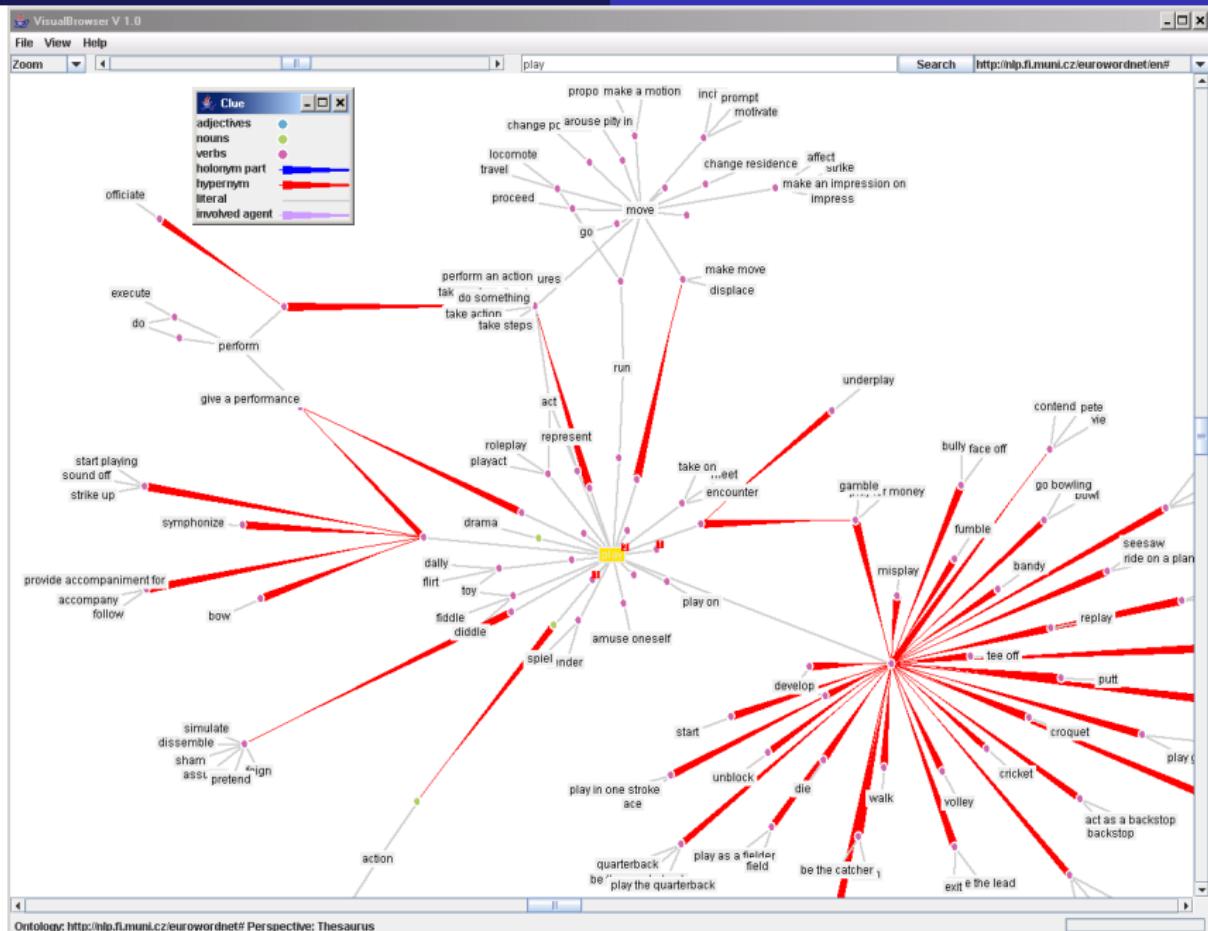
Vzory a výjimky – příklad

- "Všichni ptáci mají křídla."
- "Všichni **ptáci** umí létat."
- "Ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat."
- "Tučňáci jsou ptáci, ale neumí létat."
- "Kouzelní tučňáci jsou tučňáci, kteří umí létat."
- kdo umí létat:
 - "Penelope je pták." ⇒ "Penelope **umí** létat."
 - "Penelope je tučňák." ⇒ "Penelope **neumí** létat."
 - "Penelope je kouzelný tučňák." ⇒ "Penelope **umí** létat."
- všimněte si, že víra v hodnotu vlastnosti objektu se může měnit s příchodem nových informací o klasifikaci objektu

Aplikace sémantických sítí

(Princeton) **WordNet** – <http://wordnet.princeton.edu/>

- sémantická síť 150.000 (anglických) pojmu, zachycuje:
 - synonyma, antonyma (významově stejná/opačná)
 - hyperonyma, hyponyma (podtřídy)
 - odvozenost a další jazykové vztahy
- tvoří se národní **wordnet** (navázané na anglický WN)
český wordnet – cca 30.000 pojmu
- nástroj na editaci národních wordnetů – **DEBVisDic/VisDic**, vyvinutý na FI MU – <http://deb.fi.muni.cz/>
- VisualBrowser –
<http://nlp.fi.muni.cz/projekty/visualbrowser/>
nástroj na vizualizaci (sémantických) sítí, vznikl jako DP na FI MU



DEBViSDic

- User Settings Tools Windows Help

Dictionary - SSJČ

dictionary - SSČ
Morph. analyzer ajka
Google

English Wordnet

dog:
[n] andiron:1, firedog:1, dog:7, dog:
[n] frump:1, dog:2
[n] cad:1, bounder:1, blackguard:1, dog:4, houn:
[n] dog:1, domestic dog:1, Canis familiaris:1
[n] frank:2

Czech Wordnet

pes
[n] zakopaný pes:1
[n] policejní pes:1
[n] hlídáček:4, hlídací pes:1
[n] pes:1
[n] slepecký pes:1, vodící pes:1

Greek Wordnet

.οδικό
πεπιστηματικόν ψευδόνομός:0, περιοδικό

Russian Wordnet

журнал
[n] журнал:1

Preview Tree RevTree

POS: n ID: RUS-1234560515
Synonyms: книга:1

Show in Czech Wordnet

Definitive
сброшю
Usage
AutoLookUp in
Copy entry to Czech Wordnet
билингв
Import IDs from file

Domain:
SUMO/NLP
--> [hypernym]
Number of entries: 12

Number of entries: 3

Number of entries: 1

```

<SYNONYM>
  <LITERAL Inote="" sense="1">pes</LITERAL>
  <WORD>pes</WORD>
</SYNONYM>
<ILR type="hypernym">ENG20-020005
<ILR type="holo_member">ENG20-020006
<ILR type="holo_member">ENG20-075
<STAMP>xapek1 2003/06/25</STAMP>
<BCS>3</BCS>
<RILR type="hypernym">ENG20-020002
<RII.R tvne="hvynernym">ENG20-02027

```

Rámce

Rámce (*frames*):

- varianta sémantických sítí představená Marvinem Minskim
- velice populární pro reprezentaci znalostí v **expertních systémech**
- všechny informace relevantní pro daný **pojem** se ukládají do univerzálních struktur – **rámců**
- stejně jako sémantické sítě, rámce podporují **dědičnost**
- OO programovací jazyky vycházejí z teorie rámců

Rámce – příklad

rámeček obsahuje objekty, sloty a hodnoty slotů

příklady rámců:

savec:

<i>podtřída:</i>	zvíře
<i>část:</i>	hlava
<i>*má_kožich:</i>	ano

slon:

<i>podtřída:</i>	savec
<i>*barva:</i>	šedá
<i>*velikost:</i>	velký

Nellie:

<i>instance:</i>	slon
<i>mít_rád:</i>	jablka

'*' označuje vzorové hodnoty, které mohou měnit hodnoty u podtříd a instancí

Sémantické sítě × rámce

sémantické sítě	rámce
uzly	objekty
spoje	sloty
uzel na druhém konci spoje	hodnota slotu

deskripcní logika (*description logic*) – logický systém, který manipuluje přímo s rámcemi

Rámce – využití v praxi

příklad využití rámců – ontologie **Friend of A Friend (FOAF)**

- popisuje **osoby**, jejich **činnosti** a **vztahy** k jiným osobám a objektům
- decentralizovaný přístup, <http://xmlns.com/foaf/spec/>
- využívaný komunitami (blogovací platformy, MediaWiki, ...)
- základ standardu W3C **WebID 1.0** (2014 draft)

Rámce – využití v praxi

příklad využití rámců – ontologie **Friend of A Friend (FOAF)**

- popisuje **osoby**, jejich **činnosti** a **vztahy** k jiným osobám a objektům
- decentralizovaný přístup, <http://xmlns.com/foaf/spec/>
- využívaný komunitami (blogovací platformy, MediaWiki, ...)
- základ standardu W3C **WebID 1.0** (2014 draft)

```
<link rel="meta" type="application/rdf+xml" title="FOAF"
      href="http://example.com/~vangogh/foaf.rdf"/>

<foaf:Person rdf:nodeID="VincentvanGogh"
               xmlns:foaf="http://xmlns.com/foaf/0.1/">
  <foaf:name>Vincent van Gogh</foaf:name>
  <foaf:homepage rdf:resource="https://www.vangoghgallery.com/" />
  <foaf:img rdf:resource="/images/vangogh.jpg" />
  <foaf:knows rdf:resource="#PaulGauguin"/>
  <foaf:made rdf:resource="https://www.vangoghgallery.com/painting/sunflowerindex.html"/>
</foaf:Person>
```

Obsah

1 Statistické výsledky průběžné písemky

2 Reprezentace a vyvozování znalostí

- Reprezentace znalostí

3 Extralogické informace

- Třídy objektů
- Ontologie
- Sémantické sítě
- Rámce

4 Pravidlové systémy

- Pravidlová báze znalostí
- Expertní systémy

5 Nejistota a pravděpodobnost

- Nejistota
- Pravděpodobnost
- Vyvozování z nejistých znalostí

Pravidlové systémy

- snaha zachytit produkčními pravidly znalosti, které má expert
- obecná forma pravidel

*IF podmínka
THEN akce*

- podmínky – booleovské výrazy, dotazy na hodnoty **proměnných**
- akce – nastavení hodnot proměnných, příznaků, ...
- důležité vlastnosti:
 - znalosti mohou být strukturovány do modulů
 - systém může být snadno rozšířen přidáním nových pravidel beze změny zbytku systému

Pravidlová báze znalostí – příklad

pravidla pro **oblékání**:

pravidlo 1 IF X je seriózní
 AND X bydlí ve městě
 THEN X by měl nosit sako

pravidlo 2 IF X je akademik
 AND X je společensky aktivní
 AND X je seriózní
 THEN X by měl nosit sako a
 kravatu

pravidlo 3 IF X bydlí ve městě
 AND X je akademik
 THEN X by měl nosit kravatu

pravidlo 4 IF X je podnikatel
 AND X je společensky aktivní
 AND X je seriózní
 THEN X by měl nosit sako, ale
 ne kravatu

společenská pravidla:

pravidlo 5 IF X je podnikatel
 AND X je ženatý
 THEN X je společensky
 aktivní

pravidlo 6 IF X je akademik
 AND X je ženatý
 THEN X je seriózní

profesní pravidla:

pravidlo 7 IF X učí na univerzitě
 OR X učí na vysoké škole
 THEN X je akademik

pravidlo 8 IF X vlastní firmu
 OR X je OSVČ
 THEN X je podnikatel

Expertní systémy

- aplikace pravidlových systémů
- zaměřeny na specifické oblasti – medicínská diagnóza, návrh konfigurace počítače, expertíza pro těžbu nafty, ...
- snaha zachytit **znalosti experta** pomocí pravidel ale znalosti experta zahrnují – postupy, strategie, odhady, ...
- expertní systém musí pracovat s procedurami, nejistými znalostmi, různými formami vstupu
- vhodné oblasti pro nasazení expertního systému:
 - **diagnóza** – hledání řešení podle symptomů
 - **návrh konfigurace** – složení prvků splňujících podmínky
 - **plánování** – posloupnost akcí splňujících podmínky
 - **monitorování** – porovnání chování s očekávaným chováním, reakce na změny
 - **řízení** – ovládání složitého komplexu
 - **předpovědi** – projekce pravděpodobných závěrů z daných skutečností
 - **instruktáz** – inteligentní vyučování a zkoušení studentů

Expertní systémy v praxi

CLIPS, pravidlový jazyk a prostředí pro **expertní systémy**

- **NASA** Johnson Space Center – řízení kontroly raket (1985–1996)
- aktivně využívaný (v. 6.40 z 10.6.2021), tisíce projektů
- pracuje s **objekty**, **fakty** a **IF-THEN pravidly**

Expertní systémy v praxi

CLIPS, pravidlový jazyk a prostředí pro expertní systémy

- NASA Johnson Space Center – řízení kontroly raket (1985–1996)
- aktivně využívaný (v. 6.40 z 10.6.2021), tisíce projektů
- pracuje s objekty, fakty a IF-THEN pravidly

```
(deftemplate emergency (slot type))      ; objekt
(deftemplate response (slot action))     ; objekt
(defrule fire-emergency (emergency (type fire)) ; pravidlo
  => (assert (response (action activate-sprinkler)))))

(reset)
(assert (emergency (type fire)))          ; fakt
(run)
(facts)
  f-0    (initial-fact)
  f-1    (emergency (type fire))
  f-2    (response (action activate-sprinkler)))
For a total of 3 facts.
```

Obsah

1 Statistické výsledky průběžné písemky

2 Reprezentace a vyvozování znalostí

- Reprezentace znalostí

3 Extralogické informace

- Třídy objektů
- Ontologie
- Sémantické sítě
- Rámce

4 Pravidlové systémy

- Pravidlová báze znalostí
- Expertní systémy

5 Nejistota a pravděpodobnost

- Nejistota
- Pravděpodobnost
- Vyvozování z nejistých znalostí

Nejistota

definujme akci A_t jako “*Vyrazit na letiště t hodin před odletem letadla.*” jak najít odpověď na otázku “*Dostanu se akcí A_t na letiště včas k odletu letadla?*”

problémy:

1. částečná pozorovatelnost (stav vozovky, záměry ostatních řidičů, . . .)
2. nejistota výsledků akcí (píchnutí kola, . . .)
3. obrovská složitost modelování a předpovědi dopravní situace

čistě logický přístup tedy:

- riskuje chybu – “ *A_5 mě na letiště dostane včas.*”
- vede k závěrům, které jsou příliš slabé pro rozhodování: “ *A_5 mě tam dostane včas, pokud nebude na dálnici nehoda a pokud nebude pršet a jestli nepíchnu kolo a jestli nebude fronta na odbavovacích přepážkách a jestli nebudou problémy při kontrole zavazadel . . .*”

Metody pro práci s nejistotou

- **defaultní/nemonotónní logika**

Předpokládejme, že nepíchnu cestou kolo.

Předpokládejme, že A_5 bude OK, pokud se nenajde protipříklad.

- **logická pravidla s faktory nejistoty** (zastaralé)

$A_5 \mapsto_{0.3}$ dostat se na letiště včas.

zalévání $\mapsto_{0.99}$ mokrý trávník

mokrý trávník $\mapsto_{0.7}$ déšť

- **pravděpodobnost** (míra předpokladu, že hodnota bude *true*)

Vzhledem k dostupným informacím, A_3 mě tam dostane včas s pravděpodobností 0.05.

poznámka: fuzzy logika se zabývá **mírou pravdivosti**, NE **pravděpodobností**

Pravděpodobnost

Pravděpodobnost **sumarizuje** nejistotu pocházející z

- **lenosti** – nepodařilo se vypočítat všechny výjimky, podmínky, ...
- **neznalosti** – nedostatek relevantních údajů, počátečních podmínek, ...

subjektivní × **Bayesovská** pravděpodobnost:

- pravděpodobnostní vztah mezi tvrzením a jeho pravdivosti vzhledem k podmínkám:

$$P(A_4 | \text{žádné hlášené nehody}) = 0.5$$

nejedná se o vyjádření **pravděpodobnostní tendenze** (ale může se získat ze znalostí podobných případů v minulosti)

- pravděpodobnost tvrzení se může měnit s novými (vstupními) podmínkami:

$$P(A_4 | \text{žádné hlášené nehody, je 4:00 ráno}) = 0.63$$

pravidlo pro **podmíněnou pravděpodobnost** – $P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)}$ pokud $P(b) \neq 0$

neboli **pravidlo násobení (product rule)** – $P(a \wedge b) = P(a|b)P(b)$

Vyvozování z nejistých znalostí

- **náhodná proměnná** (*random variable*) – funkce, která vzorkům přiřazuje hodnoty → vrací výsledky měření sledovaného jevu
distribuce pravděpodobnosti náhodné proměnné = (vektor) pravděpodobností, že daná proměnná bude mít konkrétní hodnotu

např.:

náhodná proměnná *Odd* \approx výsledek hodu kostkou bude lichý

náhodná proměnná *Weather* \approx jaké bude počasí (slunce, déšť, mraky, sníh)

$$\text{Odd}(1) = \text{true} \quad \text{Weather}(21.11.2005) = \text{déšť}$$

distribuce pravděpodobnosti proměnných *Odd* a *Weather*

$$P(\text{Odd} = \text{true}) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2$$

$$P(\text{Odd}) = \langle 1/2, 1/2 \rangle$$

$$P(\text{Weather}) = \langle 0.72, 0.1, 0.08, 0.1 \rangle$$

- pravidla pro výpočet pravděpodobnosti logicky souvisejících událostí

$$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$$

Bayesovské pravidlo pro vyvozování

z pravidla pro podmíněnou pravděpodobnost – $P(a|b) = P(a \wedge b)/P(b)$

lze odvodit **Bayesovské pravidlo** pro určení diagnostické pravděpodobnosti ze znalosti příčinné pravděpodobnosti:

$$P(\text{Příčina}|\text{Následek}) = \frac{P(\text{Následek}|\text{Příčina})P(\text{Příčina})}{P(\text{Následek})}$$

např. ZMB zánět mozkových blan, ZK ztuhlý krk:

$$P(zmb|zk) = \frac{P(zk|zmb)P(zmb)}{P(zk)} = \frac{0.8 \times 0.0001}{0.1} = 0.0008$$

- vyvozování** = 1. rozdělení akce na **atomické události**
 2. zjištění **pravděpodobností** atomických událostí
 3. výpočet/odvození pravděpodobností pomocí **složených distribucí pravděpodobností** (*joint probability distribution*)

$$P(\text{Odd}, \text{Weather}) = \begin{pmatrix} 0.36 & 0.05 & 0.04 & 0.05 \\ 0.36 & 0.05 & 0.04 & 0.05 \end{pmatrix}$$

Bayesovské sítě

Bayesovská síť:

- acyklický orientovaný graf
- uzly obsahují tabulky podmíněných pravděpodobností rodičů
- síť reprezentuje složenou distribuci pravděpodobností všech proměnných
- umožňuje efektivní přesné nebo přibližné (Monte Carlo) vyvozování
- nejčastěji používaný aparát pro vyvozování z nejistých znalostí

