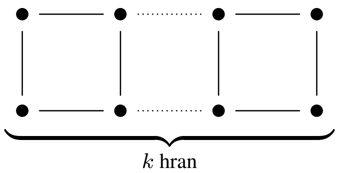
12. cvičení z MB154, podzim 2021

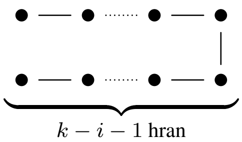
Příklad 1. Dokončete příklady z minula, v mém případě 2, 3, 4.

Příklad 2.
Odvoďte rekurentní formuli pro počet a_k koster grafu G_k



a určete vytvořující funkci posloupnosti a_k. Můžete dopočítat explicitní vzorec pro a_k, ale nevyjde extra hezky.

Rozdělte podle přítomných hran mezi třemi nejpravějšími. Pokud některá z nich v kostře není, jedná se v podstatě o kostru G_{k-1}, pokud jsou přítomny všechny tři, vezměte v pravé části nejdelší podgraf tvaru



který je k levé části – kostře grafu G_i – přilepen jednou ze dvou možností, takže vyjde

$$a_k = 3a_{k-1} + 2a_{k-2} + \cdots + 2a_0 + 1$$

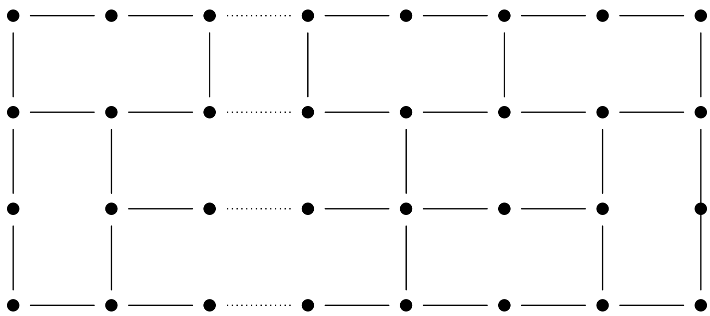
kde poslední 1 odpovídá možnosti $k-i-1=k$, kdy už podgraf tvoří celou kostru. Vytvořující funkci určete z této rekurence, šlo by ji taky algebraicky zjednodušit na

$$a_k = 4a_{k-1} - a_{k-2} + [k=0]$$

ale to už by měli umět příliš dokonale.

Příklad 3.
Odvoďte rekurentní formuli pro počet a_k pokrytí (nerozlišenými) kostkami domina obdélníku $2k \times 3$. Můžete také určit vytvořující funkci posloupnosti a_k, případně dopočítat.

Rozdělte podle nejmenšího netriviálního obdélníka vpravo pokrytého kostkami. Speciální možnost je 2×3 se třemi možnostmi, mimo ni musí pravá část vypadat takto (případně překlopené podle horizontální osy)



a je tedy počet takovýchto dláždění roven $2 \cdot a_i$. Dostáváme rekurentní formuli

$$a_k = 3a_{k-1} + 2a_{k-2} + \cdots + 2a_0 + [k = 0].$$