

- Eulerova funkce:  $\varphi(n) = n \cdot (1 - \frac{1}{p_1}) \cdots (1 - \frac{1}{p_k}) = (p_1^{\alpha_1} - p_1^{\alpha_1-1}) \cdots (p_k^{\alpha_k} - p_k^{\alpha_k-1})$ .

- Eulerova věta (také Fermatův test):  $(a, m) = 1 \Rightarrow a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$ .

- Jacobiho symbol:

- \*  $\left(\frac{2}{b}\right) = (-1)^{\frac{b^2-1}{8}}$ , pro liché číslo  $b$ ; přitom  $b \equiv 1, 7 \pmod{8}$  dá  $+1$ ,  $b \equiv 3, 5 \pmod{8}$  dá  $-1$ ,

- \*  $\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{b}{a}\right) = (-1)^{\frac{a-1}{2} \cdot \frac{b-1}{2}}$ , pro lichá čísla  $a, b$ ; přitom vše dá  $+1$ , akorát  $a, b \equiv 3 \pmod{4}$  dá  $-1$ ,

- \* Legendrův symbol:  $\left(\frac{a}{p}\right) \equiv a^{\frac{p-1}{2}} \pmod{p}$ , pro  $p$  liché prvočíslo (také Eulerův-Jacobiho test).

- RSA:  $n = p \cdot q$ ,  $d \cdot e \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$ ,  $c \equiv m^e \pmod{n}$ ,  $m \equiv c^d \pmod{n}$ .

- Rabin:  $n = p \cdot q$ ,  $c \equiv m^2 \pmod{n}$ ,  $m \equiv \pm c^{\frac{p+1}{4}} \pmod{p}$ ,  $m \equiv \pm c^{\frac{q+1}{4}} \pmod{q}$ .

- ElGamal:  $c \equiv m \cdot (g^a)^b \pmod{n}$ .

---

- počet výběrů  $k$  objektů  $n$  druhů – kombinace:  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k(k-1)\cdots 1}$

- počet výběrů  $k$  objektů  $n$  druhů – kombinace s opakováním:  $\binom{n+k-1}{k}$

- počet pořadí  $k = p_1 + \cdots + p_n$  objektů  $n$  druhů, pro  $p_1$  objektů prvního druhu,  $\dots$ ,  $p_n$  objektů  $n$ -tého druhu – permutace s opakováním:  $\frac{(p_1+\cdots+p_n)!}{p_1!\cdots p_n!}$

- princip inkluze a exkluze:  $|M \setminus (A \cup B)| = |M| - |A| - |B| + |A \cap B|$

- princip inkluze a exkluze:  $|M \setminus (A \cup B \cup C)| = |M| - |A| - |B| - |C| + |A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| - |A \cap B \cap C|$

- součet  $n$ -prvkové **aritmetické** řady  $x_1 + \cdots + x_n = n \cdot \frac{x_1+x_n}{2}$

- rozvinutí některých vybraných funkcí:

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{k \geq 0} x^k = 1 + x + x^2 + \cdots$$

$$\frac{1}{(1-x)^n} = \sum_{k \geq 0} \binom{k+n-1}{n-1} \cdot x^k$$

$$(1+x)^r = \sum_{k \geq 0} \binom{r}{k} \cdot x^k$$

$$\ln \frac{1}{1-x} = \sum_{k \geq 1} \frac{1}{k} \cdot x^k$$

$$e^x = \sum_{k \geq 0} \frac{1}{k!} \cdot x^k$$

kde v třetím vzorci  $\binom{r}{k} = \frac{r(r-1)\cdots(r-k+1)}{k(k-1)\cdots 1}$