

# Biomechanika 13

## Kinetika otáčivého pohybu

Daniel Jandačka, PhD.

Projekt: Cizí jazyky v kinantropologii - CZ.1.07/2.2.00/15.0199



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



**OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost**



UNIVERSITAS  
OSTRAVIENSIS



INVESTICE  
DO ROZVOJE  
VZDĚLÁVÁNÍ

Jak je možné, že v průběhu jednoho skoku dokážou své tělo s lyžemi takto roztočit, rotaci zrychlovat nebo zpomalovat a těsně před dopadem rotovat velmi pomalu?

Jak gymnasté, krasobruslaři a další sportovci dokážou zvýšit a zase snížit rychlost rotace při akrobatických prvcích, přestože nejsou v kontaktu se zemí?

Proč při hodu kladivem volí sportovci rotační techniku?



# Setrvačnost rotujících těles

Vlastnost těles odolávat změnám rotačního pohybu nazýváme setrvačnost rotujících těles.

Jen lidé s výjimečnou rovnováhou jsou schopni stát s kolem na místě, zatímco při jízdě rovnováhu udrží většina lidí bez problémů.



Při rotaci kolo odporuje změnám polohy osy otáčení, proto se nám dobře udržuje rovnováha při jízdě.

# Moment setrvačnosti

Kvantitativní vyjádření míry setrvačnosti rotujícího tělesa

$$J_0 = \sum m_i r_i^2,$$

Každý segment lidského těla odporuje změnám rotačního pohybu. Mírou odporu je součin hmotnosti segmentu a druhé mocniny vzdálenosti tohoto segmentu od osy otáčení.

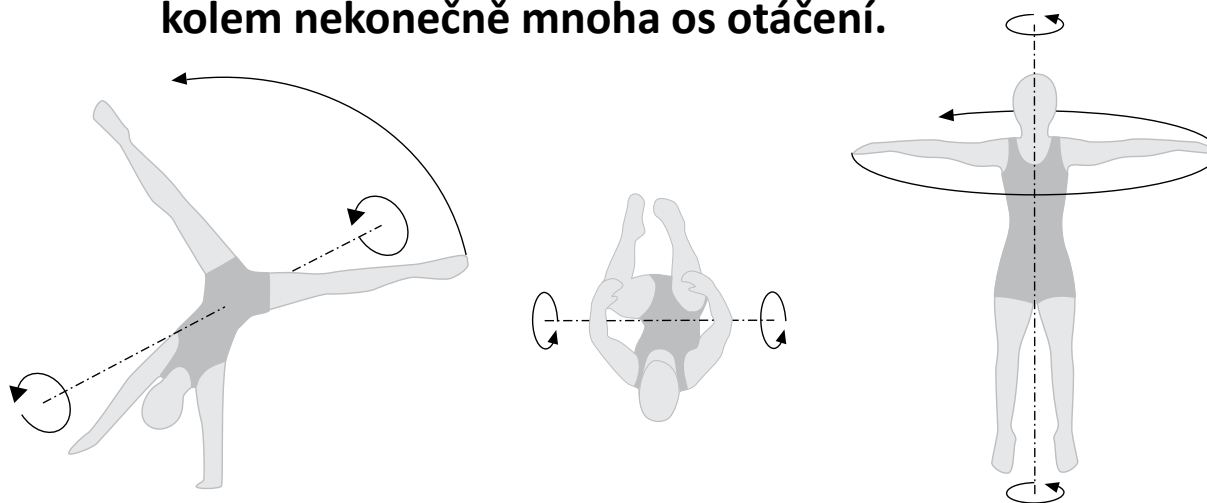
Vliv hmotnosti na setrvačnost rotujících těles je mnohem menší než vliv rozložení hmoty.



Například délka páčky ovlivňuje při shodném technickém provedení a úsilí dobu potřebnou k odpálení projektilu (tenisový, pingpongový míč atd.) mnohem více, než její hmotnost.

**Když budete ve sportovní praxi kvalitativně hodnotit odpor tělesa ke změně rotace, vzdálenost hmoty tělesa od osy rotace je nejdůležitější faktor ovlivňující setrvačnost daného rotujícího tělesa.**

**Každé těleso má nekonečně mnoho možných momentů setrvačnosti, protože může rotovat kolem nekonečně mnoha os otáčení.**



V tělesné výchově a sportu většinou používáme tři hlavní osy k hodnocení pohybu. Hvězdu děláme v gymnastice kolem osy anteroposterior, salto kolem osy transverzální a otočku kolem osy longitudinální.



# Záměrná změna momentu setrvačnosti lidského těla



Gymnasta při provádění složitého přeskočku s dvojným saltem vpřed v poloze skrčmo ve druhé letové fázi - Roche vault. Gymnasta se při saltu sbalí tak, aby záměrně snížil moment setrvačnosti.

Lidské tělo není tuhé těleso, protože se jednotlivé segmenty lidského těla mohou vůči sobě pohybovat. Z tohoto důvodu je moment setrvačnosti lidského těla vzhledem k jedné ose rotace proměnná veličina.

Sportovec provádí flexi dolní končetiny v koleni a kyčli, když úhlově zrychluje dolní končetinu při švihu, čímž redukuje moment setrvačnosti dolní končetiny vzhledem k ose otáčení procházející kyčelním kloubem.

Sjezdaři používají delší lyže než slalomáři. Proč?



# Moment setrvačnosti a posuvná rychlost

když prodloužíme například hokejku, zapříčiníme tím větší rychlost na „lopatě“ hokejky, pokud jsme schopni hokejkou švihnout se stejnou úhlovou rychlostí.

Proč tedy hokejisté nepoužívají například hokejky 2 m dlouhé?



Naneštěstí, pokud prodloužíme hokejku, zvýšíme tím také moment setrvačnosti a úhlově zrychlit hokejku při švihu je potom mnohem těžší, protože je zapotřebí vynaložit více energie, tzn. vykonat větší práci.

# Moment hybnosti

Moment hybnosti  $L$  (kg·m/s) je definován jako součin momentu setrvačnosti  $J$  (kg·m<sup>2</sup>) vzhledem k ose otáčení a úhlové rychlosti  $\omega$  (rad/s) rotujícího tělesa:

$$L = J\omega.$$

Unit of angular momentum is kg·m/s.

In bodies that are not perfectly rigid (human body) a change of angular momentum can be caused by both a change to angular velocity and a change to moment of inertia.





# Moment hybnosti lidského těla

**Moment hybnosti daného tělesa zůstává konstantní, dokud na těleso nezačne působit nenulový výsledný vnější moment síly.**

Proto gymnastičtí a akrobatičtí trenéři učí své svěřence, že již při odrazu musí způsobit rotaci jejich těla.

Proto se může po odrazu v průběhu skoku měnit úhlová rychlost těla, jestliže aktivně měníme jeho moment setrvačnosti. Úhlová rychlost lidského těla se potom mění tak, aby moment hybnosti po odrazu byl stále beze změny:  $L = J\omega = \text{konstantní}$ .

Když se například lyžař po nepovedeném skoku na muldě rozbalí, zvýší tím moment setrvačnosti svého těla vzhledem k ose otáčení, jeho úhlová rychlost otáčení se sníží

Dalším zcela typickým příkladem využití záměrné změny momentu setrvačnosti ve sportu je efekt změn rychlosti otáčení krasobruslaře při piruetě bez odrazu od země.

**Gymnasté, lyžaři, tanečníci, krasobruslaři a další sportovci kontrolují rychlost otáčení svého těla pomocí změny momentu setrvačnosti svého těla vzhledem k ose otáčení (sbalení-rozbalení, abdukce-addukce a další).**



# Interpretace druhého Newtonova zákona pro otáčivý pohyb těles

Změna momentu hybnosti tělesa je přímo úměrná výslednému momentu síly, který na toto těleso působí a tato změna má směr vnějšího momentu síly.

Pro dokonale tuhá tělesa, která mají stále stejný moment setrvačnosti kolem zvolené osy otáčení, můžeme popsat vztahy mezi kinematickými a kinetickými veličinami takto:

$$M = J\varepsilon.$$

Pro tělesa, která nejsou dokonale tuhá, jako je například lidské tělo, výše uvedená rovnice neplatí.

$$M = \frac{\Delta L}{\Delta t}.$$

**Výsledný moment vnější síly, který působí na těleso, je přímo úměrný rychlosti změny momentu hybnosti.**

# Změna momentu hybnosti se může projevit takto:

1. snížení nebo zvýšení úhlové rychlosti
2. změna polohy osy rotace
3. změna momentu setrvačnosti

Úhlové zrychlení tělesa nebo změna momentu setrvačnosti nezbytně neznamená, že na těleso působí vnější moment síly, protože celkový moment hybnosti tělesa, které není dokonale tuhé, může zůstat nezměněn dokonce i tehdy, pokud těleso úhlově zrychluje nebo se mění jeho moment setrvačnosti.

# Impuls momentu síly a moment hybnosti

Impuls momentu síly se rovná změně momentu hybnosti.



Krasobruslař například vytváří rotaci kolem longitudinální osy tak, že stojí na špičce nože jedné brusle a druhou se odráží od ledu. Noha, kterou se krasobruslař odráží, by měla být co nejdále od longitudinální osy, aby byl vytvořen co největší moment síly. Pokud krasobruslař své tělo uspořádá tak, že zaujme co nejmenší moment setrvačnosti vzhledem k longitudinální ose, potom při odrazu dostatečně zrychluje. Při dalším odrazu má již vysokou úhlovou rychlost a tím méně času na odraz. Proto může krasobruslař rozbalit své tělo, aby zvýšil moment setrvačnosti těsně před odrazem. Výsledkem většího momentu setrvačnosti je menší úhlová rychlost kolem longitudinální osy, tím více času na odraz, čím déle krasobruslař působí silou při odrazu tím větší impuls momentu síly byl udělen a tím dojde k větší změně momentu hybnosti.



# Interpretace třetího Newtonova zákona pro otáčivý pohyb těles

Moment síly, kterým působí první těleso na těleso druhé, vytváří stejně velký moment síly, jimž působí druhé těleso na první ve stejném čase, ale v opačném směru. Přitom nesmíme zapomenout na to, že tyto momenty síly mají stejnou osu rotace.



Příkladem využití třetího Newtonova zákona pro otáčivý pohyb může být moment síly, který vytváří kvadriceps femoris (skupina vastus femoris) při extenzi v kolenním kloubu. Když dojde ke kontrakci těchto svalů, vzniká moment síly, který je příčinou rotace bérce v jednom směru a zároveň svaly vyvolávají stejně velký moment síly ale v opačném směru na stehno. Tyto dvě opačné rotace vytvářejí extenzi v kolenním kloubu.

# Srovnání kinetických veličin posuvného a otáčivého pohybu

## Posuvný pohyb

Veličina	Značka a definiční rovnice	Jednotka SI
Hmotnost ( <i>Mass</i> )	$m$	kg
Síla ( <i>Force</i> )	$F$	N
Hybnost ( <i>Momentum</i> )	$p = mv$	kg·m/s
Impuls síly ( <i>Impulse</i> )	$I = \Sigma F \Delta t$	N·s

## Otáčivý pohyb

Moment setrvačnosti ( <i>Moment of inertia</i> )	$J = \Sigma mr^2$	kg·m <sup>2</sup>
Moment síly ( <i>Torque</i> nebo <i>Momentum of force</i> )	$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$	N·m
Moment hybnosti ( <i>Angular momentum</i> )	$L = J\omega$	kg·m <sup>2</sup> /s
Impuls momentu síly ( <i>Angular impulse</i> )	$H = \Sigma M \Delta t$	N·m·s



Děkuji za pozornost



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



**OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost**



UNIVERSITAS  
OSTRAVIENSIS



**INVESTICE  
DO ROZVOJE  
VZDĚLÁVÁNÍ**