

# ZÁKLADY STATISTIKY

## 3. ANALYTICKÁ STATISTIKA

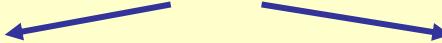
3.1 Opakování: výzkumné soubory,

3.2 Hypotéz nulová/alternativní

3.3 Věcná a statistická významnost

3.4 Testování statistických hypotéz

# (MATEMATICKÁ) STATISTIKA



**DESKRIPTIVNÍ**  
**(popisná)**  
**zpracování a popis**  
**dat**

**ANALYTICKÁ**  
**(inferentní, induktivní)**  
**analýza a vyhodnocení**  
**dat**

**Využití analytické statistiky:**

- (1) prokázat významnost či nevýznamnost vlivu intervence mezi výsledky testu vytrvalosti dvou tréninkových skupin (tréninková metoda),**
- (2) Prokázat významnost intersexuálních diferencí síly mezi soubory tenistů a tenistek 11-12 let (gender).**

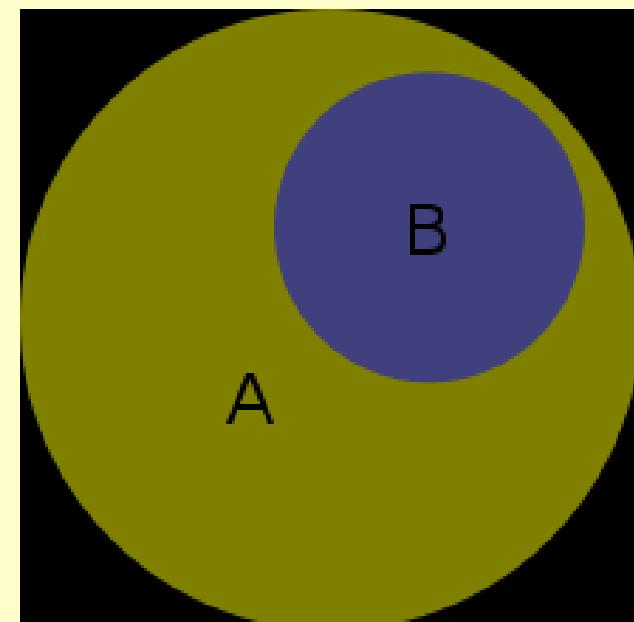
### **3.1 Stručné opakování**

## **TYPY VÝZKUMNÝCH SOUBORŮ**

### **ZÁKLADNÍ SOUBOR (ZS)**

(generální soubor, population, Grundgesamtheit) **je soubor všech jedinců, u kterých bychom teoreticky měli šetření provádět.**

**ZS je obvykle není dostupný, výzkum je možný pouze s omezeným počtem jedinců (objektů), soubor nazýváme výběrový soubor (sample, Stichprobe).**



**výběrový soubor** získaný náhodným, resp.  
záměrným výběrem je podmnožinou prvků  
základního souboru.

Z poznatků zjištěných u **náhodně vybraného** výběrového souboru, můžeme (při splnění určitých statistických požadavků) činit **závěry platné pro základní soubor**.

## **ZÁVISLÉ SOUBORY**

**(test hod na koš, družstvo A 1., 2. pokusy)**

## **NEZÁVISLÉ SOUBORY**

**(test hod na koš, družstvo A, družstvo B)**

## 3.2 HYPOTÉZY

**HYPOTÉZA je podmíněný výrok o vztahu mezi dvěma nebo více proměnnými** (Kerlinger, 1972).

**Hypotézy jsou důležité, nepostradatelné prostředky vědeckého výzkumu; jsou to pracovní nástroje teorie.**

### Kritéria dobrých hypotéz

- 1. hypotézy jsou *výroky o vztazích* mezi proměnnými**
- 2. hypotézy obsahují *jasné implikace* pro ověřování předpokládaných vztahů** (např. jestliže ..., pak ...).

**Hypotéza formuluje předpokládaný vztah mezi proměnnými, který se pomocí testování hypotéz zamítá nebo nelze zamítnout.**

**Druhy hypotéz** (Röthig, 1992)

**1. Pracovní hypotéza** - subjektivní domněnky o předmětu výzkumného problému.

Pracovní hypotéza je formulována všeobecně, je základem pro realizaci převýzkumu.

**2. Výzkumná (věcná) hypotéza** – zdůvodněný předpoklad o existenci vztahu mezi dvěma či více proměnnými.

Zpřesněná formulace, ověřujeme testováním statistických hypotéz.

**3. Statistická hypotéza** - hypotetické tvrzení vyjádřené ve statistických termínech o relacích, vyvozených z předpokládaných vztahů ve věcné H.

$$H_0: \mu = \mu_0 \quad H_A: \mu \neq \mu_0 ; \quad H_A: \mu > \mu_0 ; \quad H_A: \mu < \mu_0$$

Stupeň obecnosti ověřovaného tvrzení (hypotézy) klesá (od pracovní H → ke statistické H).

Stupeň přesnosti ověřovaného tvrzení (hypotézy) vzrůstá (od pracovní H → ke statistické H).

Hypotéza je testována pomocí tzv. testovacích metod (testů), hypotézu zamítáme, resp. nezamítáme.

# HYPOTÉZA NULOVÁ

Základním typem úvahy při statistickém testování tzv. *nulová hypotéza* ( $H_0$ ).

Podstatou *nulové hypotézy* je odůvodněný předpoklad, že mezi dvěma jevy **není statisticky významný rozdíl** (rozdíl je nulový, resp. velmi malý).  
Jako *nulová hypotéza* se označuje domněnka, že dva statistické soubory **se shodují** v určitých statistických parametrech, např. M (mean), r (korelační koeficient).

$$H_0: \mu = \mu_0 \quad (M_1 = M_2; r_1 = r_2)$$

**Nepravděpodobný výsledek ( $H_0$ ) má být stanoven předem** (*tělesná výška tenistů/-tek U14 je stejná*).

**Výsledky testování hypotéz jsou posuzovány na tzv. hladině významnosti ( $p, \alpha$ ), která vyjadřuje pravděpodobnost chyby I. druhu** (tedy chybné zamítnutí testované hypotézy).

**Úroveň hladiny významnosti  $p = 0,05$  znamená, že nulová hypotéza se zamítá, když je pravděpodobnost platnosti nulové hypotézy menší než 5% ( $p < 0,05$ )** (obdobná interpretace platí pro  $p = 0,01$ ).

# HYPOTÉZA ALTERNATIVNÍ

Předpokládáme-li, že mezi dvěma jevy existuje významný rozdíl, formulujeme tzv. *alternativní hypotézu  $H_A$* .

Hypotéza  $H_A$  popírá platnost nulové hypotézy ( $H_0$ ), vymezuje situaci, když se  $H_0$  zamítá.

Výsledek pravděpodobný (TV  $M \neq \check{Z}$ ; U14,  $H_A$ ), resp. nepravděpodobný (TV  $M = \check{Z}$ ; U14,  $H_0$ ) musí být stanoveno předem.

**H: oboustranná**      resp.      **H: jednostranná**

$H_A: \mu \neq \mu_0$  ;  $H_A: \mu > \mu_0$  ;  $H_A: \mu < \mu_0$

### 3.3 STATISTICKÁ A VĚCNÁ VÝZNAMNOST

**Brownlee**, J. (2020). *A Gentle Introduction to Statistical Power and Power Analysis in Python*. Retrieved from <https://machinelearningmastery.com/statistical-power-and-power-analysis-in-python/>

**Cohen**, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

**Hopkins**, W. (2016). *A New View of Statistics*.

<http://www.sportsci.org/resource/stats/index.html>

**Cumming**, et al. (2012). The statistical recommendations of the American Psychological Association Publication Manual: Effect sizes, confidence intervals, and meta-analysis. *Australian Journal of Psychology*, 64, 138–146. doi:10.1111/j.1742-9536.2011.00037.x

**Soukup**, P. (2013). Věcná významnost výsledků a její možnosti měření. *Data a výzkum*, 7(2), 125–148. <http://dx.doi.org/10.13060/23362391.2013.127.2.41>.

### **3.3 STATISTICKÁ A VĚCNÁ VÝZNAMNOST (STATISTIC CALCULATORS)**

<https://www.socscistatistics.com/>

<https://www.statskingdom.com/index.html>

[https://www.psychometrica.de/effect\\_size.html](https://www.psychometrica.de/effect_size.html)

<https://effect-size-calculator.herokuapp.com/>

### 3.3 VĚCNÁ A STATISTICKÁ VÝZNAMNOST

#### (1) STATISTICKÁ VÝZNAMNOST

Smysluplné použití **posuzování výsledků výzkumu** pomocí **statistické významnosti** je omezeno jen na soubory pořízené metodami **náhodného výběru**, resp. u **randomizovaných experimentů** (*často nerespektováno*).

**Hlavní nevýhoda** testování H pomocí statistické významnosti je její **vazba na rozsah souboru (n)**:

- u **velkých výběrů** jsou i nepatrné rozdíly, resp. asociace (korelace) statisticky významné,
- u **malých výběrů** jsou i velké rozdíly či velká asociace (korelace) statisticky nevýznamné.

**Tab. XVIII.5. Kritické hodnoty  $r(\alpha)$   
korelačního koeficientu  $r$ ;  
 $P\{|r| \geq r(\alpha)\} = \alpha$**

Rozsah výběru $n$	$\alpha$	
	0,05	0,01
3	0,996 9	0,999 9
4	0,950 0	0,990 0
5	0,878 3	0,958 7
6	0,811 4	0,917 2
7	0,754 5	0,874 5
8	0,706 7	0,834 3

Výsledky testování hypotéz jsou posuzovány na tzv. **hladině významnosti ( $p$ )**. Interpretace hladiny významnosti  $p = 0,05$  znamená, že nulová hypotéza se zamítá s **5% pravděpodobností omylu**.

17	0,482 2	0,605 5
18	0,468 3	0,589 7
19	0,455 5	0,575 1
20	0,443 8	0,561 4
21	0,432 9	0,548 7
22	0,422 7	0,536 8
23	0,413 2	0,525 6
24	0,404 4	0,515 1
25	0,396 1	0,505 2

# TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

**V souladu s názory řady autorů** (Brownlee, 2020; Cohen, 1988; Cumming, 2013; Ellis, 2010; Hoppkins, 2016):

- 1. nejprve posuzujeme statistickou významnost**, tedy (jde-li o náhodný výběr, resp. randomizovaný výzkum) testujeme **nulovou hypotézu**, jakožto kritérium pro posouzení rizika zobecnění (např. pomocí t-testu),
- 2. V případě, že nulová hypotéza se zamítá**, zhodnotíme **věcnou významnost** (pomocí ES koeficientů, např.  $d$ ).

Ukázka: <http://www.socscistatistics.com/effectsize/Default3.aspx>

## A) STATISTICKÁ VÝZNAMNOST (SV)

- ✓ **Pouze statistická významnost výsledků = dlouhodobá kritika zneužívání tohoto postupu.**
- ✓ **Smysluplné použití SV** je vhodné jen pro **reprezentativní soubory** získané metodami **náhodného výběru** a pro **randomizované řízené experimenty**.

**Hlavní nevýhoda** testování  $H_0$  pouze pomocí SV je vazba na rozsah souboru ( $n$ ):

- 1) u **velkých výběrů** jsou i nepatrné **diference** mezi soubory, resp. **asociace (korelace)** statisticky významné,
- 2) u **malých výběrů** jsou i velké **diference**, resp. velká **asociace (korelace)** statisticky nevýznamné (*viz tabulka*).

- ✓ TESTOVÁNÍ STATISTICKÉ VÝZNAMNOSTI  
**HYPOTÉZ** je posuzováno na zvolené **hadině významnosti** ( $\alpha = 0,05; 0,01$ ) pomocí výpočtu **p**.
- ✓ Hladina významnosti  **$\alpha = 0,05$**  znamená, že nulová **hypotéza se zamítá**, když  **$p < 0,05$  ( $0,01$ )**.
- ✓ V tomto případě se přikláníme k platnosti ***alternativní hypotézy***.

## POSUZUJEME HYPOTÉZY O

1. Významnosti **diferencí středních hodnot ( $M_1, M_2$ ) dvou výběrových souborů ( $n_1, n_2$ )**,
2. Významnosti **závislosti** (asociace, vztahu, korelace) **dvou či více jevů** (vyjádřených pomocí proměnných).



### Tabulka VIII – Kritické hodnoty pro Pearsonův korelační koeficient (oboustranný test)

n	$\alpha$		n	$\alpha$		n	$\alpha$	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
3	0,9969	0,9999	14	0,5324	0,6614	25	0,3961	0,5052
4	0,9500	0,9900	15	0,5140	0,6411	30	0,3610	0,4629
5	0,8783	0,9587	16	0,4973	0,6226	35	0,3338	0,4296
6	0,8114	0,9172	17	0,4822	0,6055	40	0,3120	0,4026
7	0,7545	0,8745	18	0,4683	0,5897	45	0,2940	0,3801
8	0,7067	0,8343	19	0,4555	0,5751	50	0,2787	0,3610
9	0,6664	0,7977	20	0,4438	0,5614	60	0,2542	0,3301
10	0,6319	0,7646	21	0,4329	0,5487	70	0,2352	0,3060
11	0,6021	0,7348	22	0,4227	0,5368	80	0,2199	0,2864
12	0,5760	0,7079	23	0,4732	0,5256	90	0,2072	0,2702
13	0,5529	0,6835	24	0,4044	0,5151	100	0,1966	0,2565

Zdroj: Anděl, Jiří. *Statistické metody*. 2. vyd. Praha: MATFYZPRESS, 2003



## B) VĚCNÁ VÝZNAMNOST

Posuzovat významnost **rozdílu** či **vztahu** pomocí **věcné významnosti** („effect size“, „velikost efektu“ pomocí ES indexů; Cohen, 1988) se doporučuje u **nenáhodných výběrů**, resp. při **zamítnutí nulové hypotézy** (statistická významnost).

***Výhodou použití věcné významnosti je malá závislost na rozsahu souboru (n).***

<http://www.socscistatistics.com/effectsizer/Default3.aspx>

<https://www.statskingdom.com/index.html>

[https://stats.libretexts.org/Learning\\_Objects/02%3A\\_Interactive\\_Statistics](https://stats.libretexts.org/Learning_Objects/02%3A_Interactive_Statistics)

- ✓ Použití věcné významnosti je požadováno jak methodology, tak i vědeckými časopisy.
- ✓ Značný počet výzkumů obsahuje nesprávnou interpretaci výsledků, z důvodu používání pouze statistické významnosti, neboť ji nabízí statistické software.

**Řada autorů** (Brownlee, 2020; Cohen, 1988; Cumming, 2013; Ellis, 2010; Hoppkins, 2016) proto doporučuje zjišťování **velikosti efektu** (effect size, ES), což má význam zejména v případě, že **nulová hypotéza se zamítá**.

# POSUZOVÁNÍ VĚCNÉ VÝZNAMNOSTI

(1) Cohen (1988, 1992). **Indexy velikosti efektu**  
(hodnoty pro malé, střední a velké efekty).

Test	Effect size		
	small	medium	large
<b>d</b>	.20	.50	.80
<b>r</b>	.10	.30	.50
<b>x<sup>2</sup></b>	.10	.30	.50

Vysvětlivky:

d = pro diference středních hodnot

r = pro korelace

x<sup>2</sup> = pro chí kvadrát (rozložení četností)

# **POSUZOVÁNÍ VĚCNÉ VÝZNAMNOSTI**

**(2) Soukup (2013). Effect size po úpravě do intervalů**

<b>Test</b>	<b>small</b>	<b>medium</b>	<b>large</b>
<b>d</b>	0,2-0,49	0,5-0,79	větší než 0,8
<b>r</b>	0,1-0,29	0,3-0,49	větší než 0,5
<b>Chi2</b>	0,1-0,29	0,3-0,49	větší než 0,5

## Př. 1: Formulace: nulová hypotéza ( $H_0$ )

$H_0$ : *intersexuální rozdíly somatických a motorických předpokladů mezi tenisty (n=221) a tenistkami (n=193) ve věkové kategorii 11–12 let jsou nevýznamné.*

**Posouzení statistické a věcné významnosti diferencí M1 a M2 mezi tenisty a tenistkami (t-test, ES index d).**

<https://www.satskingdom.com/140MeanT2eq.html>

Soubor/SC H	Tenisté (n=221)		Tenistky (n=193)		Cohen's d, hodnocení efektu
	M	SD	M	SD	
Výška (cm)	155,10	7,62	154,60	6,94	0,07 (žádný)
Hmotnost (kg)	43,50	6,68	43,49	7,17	0,00 (žádný)
MS (kp)	25,14	4,60	23,08	4,61	0,45 (malý)
RS	0,58	0,09	0,53	0,09	0,56 (střední)

# Tělesná výška (TV)

Screenshot of a web-based t-test calculator for comparing two groups of heights.

The calculator interface shows the following data:

Group	Sample average ( $\bar{x}$ )	Sample size (n)	Sample SD (S)
Group-1	155.1	221	7.62
Group-2	154.6	193	6.94

Below the table, a note states: "When entering raw data, the t test calculator will run the Shapiro-Wilk normality test and calculate outliers, as part of the test calculation, and will generate the R code for your data."

Buttons at the bottom include: Calculate test (blue), Clear (grey), and Load last run (outline).

# Tělesná výška (TV)

## 1. H<sub>0</sub> hypothesis

Since p-value >  $\alpha$ , H<sub>0</sub> cannot be rejected.

The average of Group-1's population is assumed to be equal to the average of Group-2's population.

In other words, the difference between the sample average of Group-1 and Group-2 is not big enough to be statistically significant.

## 2. P-value

The p-value equals **0.488**, ( $p(x \leq T) = 0.756$ ). It means that the chance of type I error, rejecting a correct H<sub>0</sub>, is too high: 0.488 (48.8%). The larger the p-value the more it supports H<sub>0</sub>.

## 4. Effect size

The observed effect size **d is small, 0.068**. This indicates that the magnitude of the difference between the average and average is small. effect size d is medium, 0.45. This indicates that the magnitude of the difference between the average and average is medium.

# Maximální síla (MS)

Screenshot of a web browser showing a statistical calculator for a two-sample t-test. The URL is <https://www.statskingdom.com/140MeanT2eq.html>.

The calculator displays data for two groups:

Group	Sample average ( $\bar{x}$ )	Sample size (n)	Sample SD (S)
Group-1	25.14	221	4.6
Group-2	23.08	193	4.61

Below the calculator, a note states: "When entering raw data, the t test calculator will run the Shapiro-Wilk normality test and calculate outliers, as part of the test calculation, and will generate the R code for your data."

Buttons at the bottom left include "Calculate test" (highlighted in blue), "Clear", and "Load last run".

At the bottom, there are three gauge charts: "p-value" (green needle at 0), "power" (red needle at 0.999), and "effect" (blue needle at 0.447). The taskbar shows various open applications including Microsoft Edge, Google Chrome, Microsoft Word, and Microsoft Excel.

# Maximální síla (MS)

## 1. H<sub>0</sub> hypothesis

**Since p-value < α, H<sub>0</sub> is rejected.**

The average of Group-1's population is considered to be not equal to the average of Group-2's population.

In other words, the difference between the sample average of Group-1 and Group-2 is big enough to be statistically significant.

## 2. P-value

**The p-value equals 0.000007364**, (  $p(x \leq T) = 1$  ). It means that the chance of type I error (rejecting a correct H<sub>0</sub>) is small: 0.000007364 (0.00074%).

The smaller the p-value the more it supports H<sub>1</sub>.

## 4. Effect size

**The observed effect size d is medium, 0.45.** This indicates that the magnitude of the difference between the average and average is medium.

# Statistická a věcná významnost diferencí M1 a M2 mezi tenisty a tenistkami (t-test, ES index d)

<https://www.statskingdom.com/140MeanT2eq.html>

- TV:** p-hodnota (0.49) >  $\alpha$  (0.05),  $H_0$  nelze zamítout,  $d = 0.07$  (žádný efekt)
- MS:** p-hodnota (0.000) <  $\alpha$  (0.05),  $H_0$  se zamítá,  $d = 0,45$  (malý efekt)

Soubor/SC H	Tenisté (n=221)		Tenistky (n=193)		Cohen's d, hodnocení efektu
	M	SD	M	SD	
Výška (cm)	155,10	7,62	154,60	6,94	0,07 (žádný)
Hmotnost (kg)	43,50	6,68	43,49	7,17	0,00 (žádný)
MS (kp)	25,14	4,60	23,08	4,61	0,45 (malý)
RS	0,58	0,09	0,53	0,09	0,56 (střední)

## Př. 2: Formulace: alternativní hypotéza ( $H_A$ , $H_1$ )

$H_{A1}$ : *intersexuální rozdíly somatických a motorických předpokladů mezi tenisty (n=157) a tenistkami (n=163) ve věkové kategorii 13-14 let jsou významné.*

Category	M (n=157)	SD	M (n=163)	SD	Cohen's d
Height (cm)	169.79	9.27	164.93	5.80	0.63 (med)
Weight (kg)	57.05	9.26	53.57	6.31	0.44 (small)
MHSL (kp)	34.64	7.53	29.09	3.84	0.94 (large)
RHSL	0.61	0.10	0.55	0.06	0.73 (med)

# TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ

## POSUZOVÁNÍ STATISTICKÉ VÝZNAMNOSTI

Posuzujeme:

1. Významnost diferencí středních hodnot  
 $(M_1, M_2)$  dvou výběrových souborů  $(n_1, n_2)$ ,
2. Významnost závislosti (vztahu, korelace)  
dvou či více jevů (proměnných).

# **TESTOVÁNÍ STATISTICKÝCH HYPOTÉZ**

# **STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY**

**STATISTICKÁ „KUCHAŘKA“**

**pro soubory závislé/nezávislé a data**

**1. nominální**

**2. ordinální**

**3. metrická (kardinální)**

# POSUZOVÁNÍ VĚCNÉ VÝZNAMNOSTI

(1) Cohen (1988, 1992). **Indexy velikosti efektu**  
(hodnoty pro malé, střední a velké efekty).

Test	Effect size		
	small	medium	large
<b>d</b>	.20	.50	.80
<b>r</b>	.10	.30	.50
<b><math>\chi^2</math></b>	.10	.30	.50

Vysvětlivky:

$d$  = pro diference středních hodnot

$r$  = pro korelace

$\chi^2$  = pro chí kvadrát (rozložení četností)

# 1. NOMINÁLNÍ DATA - STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

## 1. Lyžaři



## 2. Lyžaři



## Znak - kouření

PŘEDPOKLAD	PROBLÉM	TESTOVACÍ METODA
Dva <b>nezávislé soubory</b> (znaky nabývají právě dvou hodnot)	Zkouška významnosti rozdílů souborů	$\chi^2$ -čtyřpolní test (Fischerův test, čtyřpolní tabulka)
Dva <b>nezávislé soubory</b> (znaky nabývají více hodnot)	Zkouška významnosti rozdílů souborů	$\chi^2$ -vícepolní test (kontingenční tabulka)
Dva <b>závislé soubory</b> (znaky nabývají právě dvou hodnot)	Zkouška významnosti změn	$\chi^2$ -Mc Nemarův test
Dva <b>závislé soubory</b>	Hodnocení závislosti	Koef. kontingence C

## 2. ORDINÁLNÍ DATA - STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

### 1. Gymnasté A



### 2. Gymnasté B



Znak - body

PŘEDPOKLAD	PROBLÉM	TESTOVACÍ METODA
Dva nezávislé soubory	Test rovnosti centrálních tendencí	Medianový test (jednoduchý), U-test Mann-Whitneyho, Kolmogorov-Smirnovův test, Marshallův test
Dva závislé soubory	Test rovnosti centrálních tendencí	Znaménkový test, Wilcoxonův test
Více nezávislých souborů	Test rovnosti centrálních tendencí	Medianový test (rozšířený), H-test Kruskal-Wallisův (analýza rozptylu)
Dva závislé soubory	Hodnocení míry závislosti	Spearmanův resp. Kendallův koeficient korelace
Více závislých souborů	Hodnocení míry závislosti	Friedmanova analýza rozptylu

### 3. METRICKÁ DATA - STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

Tenisté



PŘEDPOKLAD	PROBLÉM	TESTOVACÍ METODA
Dva nezávislé soubory	Zkouška rovnosti rozptylů (homogenita)	F-test
Dva nezávislé soubory	Zkouška rovnosti středních hodnot	t-test
Dva nezávislé soubory	Zkouška nezávislosti korelací	Korelační test
Dva závislé soubory	Zkouška rovnosti rozptylů (homogenita)	F-test

Tenistky



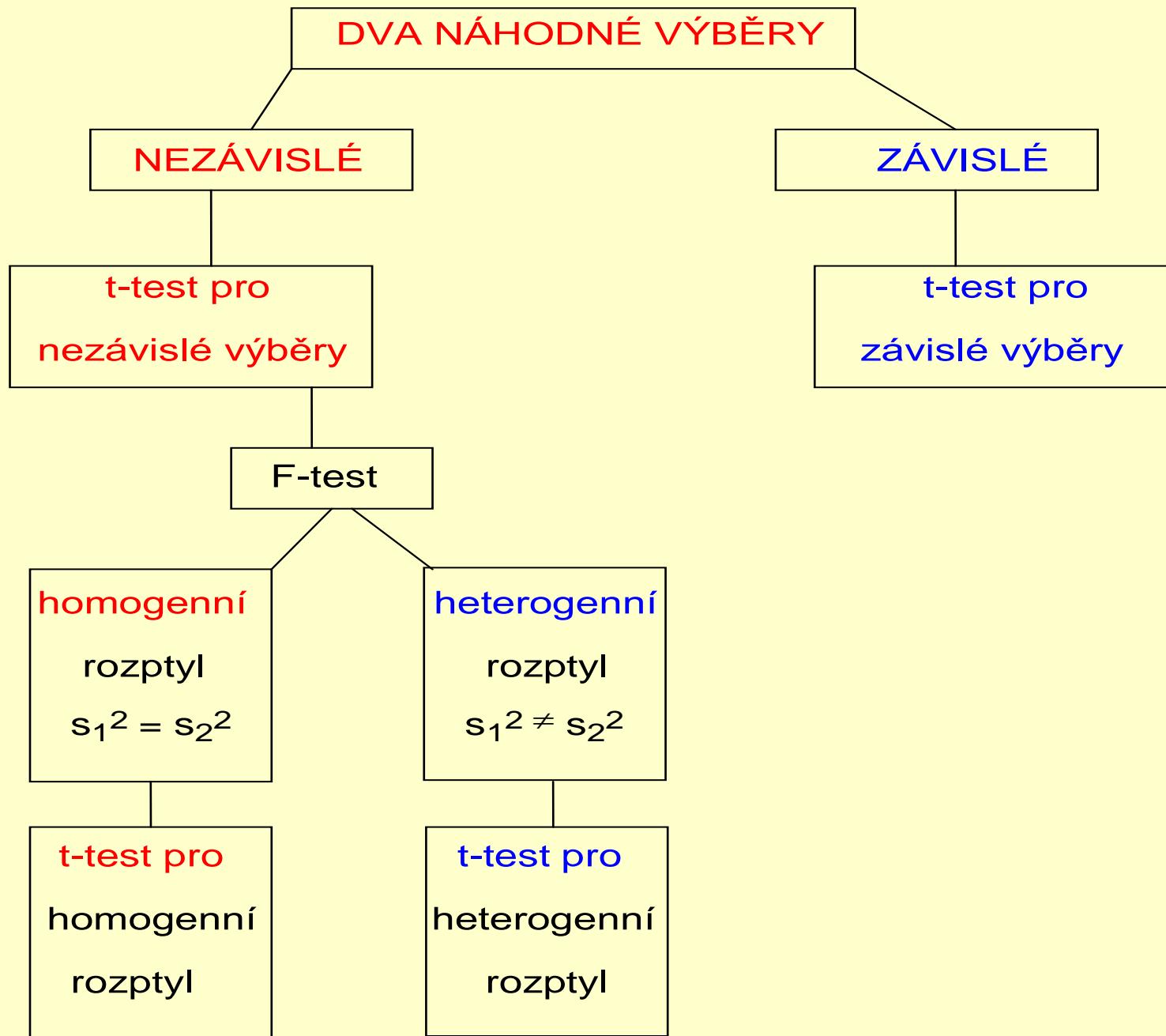
Znak:  
TV

### 3. METRICKÁ DATA - STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

Tenisté

	PŘEDPOKLAD	PROBLÉM	TESTOVACÍ METODA
	Dva závislé soubory	Zkouška rovnosti středních hodnot	Diferenční t-test (párový)
Tenistky	Dva závislé soubory	Hodnocení závislosti	Koef. součinové korelace a regrese
	Více nezávislých souborů	Zkouška rovnosti průměrů	Analýza rozptylu, Duncanův test pořadí, Bartlettův test
Znak: TV	Více nezávislých souborů	Zkouška rovnosti korelačních koeficientů	Test homogenity

# ROZHODOVACÍ DIAGRAM PRO UŽITÍ t-TESTU



# STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

## Párový t - test

- dva závislé soubory
- zkouška rovnosti středních hodnot

**PŘÍKLAD** – Zjistěte, zda se na automobilu určité značky sjíždějí obě přední pneumatiky stejně rychle

číslo automobilu	1	2	3	4	5	6
pravá pneumatika	1,8	1	2,2	0,9	1,5	1,6
leva pneumatika	1,5	1,1	2	1,1	1,4	1,4
rozdíl	0,3	-0,1	0,2	-0,2	0,1	0,2

$$H_0: \mu = \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_A: \mu = \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$T = \frac{|X - \mu|}{S} \sqrt{n}$$

$$T < t_{n-1; 1 - \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow$$

hypotézu nelze zamítnout

# STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

## Párový t - test

číslo automobilu	1	2	3	4	5	6
pravá pneumatika	1,8	1	2,2	0,9	1,5	1,6
leva pneumatika	1,5	1,1	2	1,1	1,4	1,4
rozdíl	0,3	-0,1	0,2	-0,2	0,1	0,2

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^n X_i = \frac{1}{6} (0,3 - 0,1 + 0,2 - 0,2 + 0,1 + 0,2) = \frac{0,5}{6} = \underline{\underline{0,0833}}$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{0,2167^2 + (-0,1833)^2 + 0,1167^2 + (-0,2833)^2 + 0,0167^2 + 0,1167^2}{5} = \\ = \frac{0,18833}{5} = 0,0377$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,0377} = \underline{\underline{0,1941}}$$

# STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

## Párový t - test

$$t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}} = t_{6-1;1-\frac{0,05}{2}} = t_{5;0,975} = 2,571 \quad = > \quad z \text{ tabulek}$$

$$T = \frac{|X - \mu|}{s} \sqrt{n} = \frac{0,0833 - 0}{0,1941} \sqrt{6} = 1,0518 < 2,571$$

Protože  $1,0518 < 2,571$ , nelze na základě získaných dat zamítнуть hypotézu, že se obě přední pneumatiky sjíždějí stejně rychle.

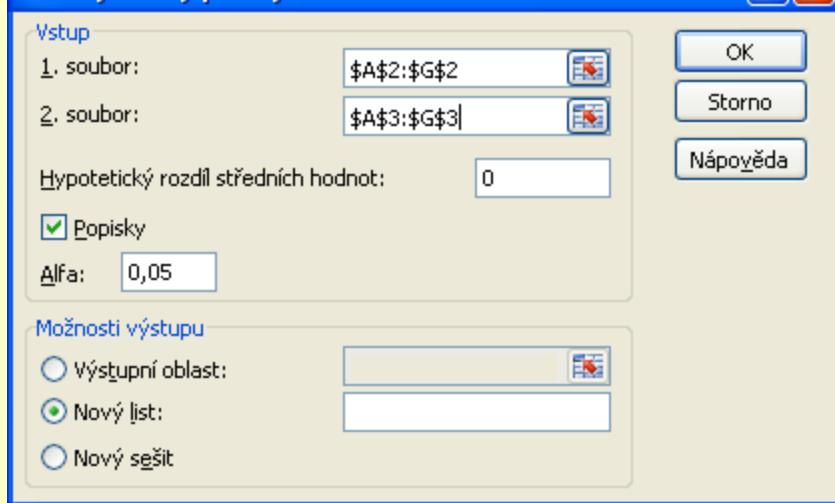
# STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

## Párový t - test

### Pomocí Excelu – Analýza dat – Dvouvýběrový párový t-test na střední hodnotu

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	číslo automobilu	1	2	3	4	5	6	
2	pravá pneumatika	1,8	1	2,2	0,9	1,5	1,6	
3	leva pneumatika	1,5	1,1	2	1,1	1,4	1,4	
4	rozdíl	0,3	-0,1	0,2	-0,2	0,1	0,2	
5								

Dvouvýběrový párový t-test na střední hodnotu



Dvouvýběrový párový t-test na střední hodnotu

	pravá pneumatika	leva pneumatika
Stř. hodnota	1,5	1,416666667
Rozptyl	0,24	0,109666667
Pozorování	6	6
Pears. korelace	0,961571662	
Hyp. rozdíl stř. hodnot	0	
Rozdíl	5	
t Stat	1,051757905	
P(T<=t) (1)	0,17053101	
t krit (1)	2,015048372	
P(T<=t) (2)	0,34106202	
t krit (2)	2,570581835	

# STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

## Dvouvýběrový t - test

- dva nezávislé soubory
- test rovnosti středních hodnot

**PŘÍKLAD** – U studentů rozdělených do dvou skupin byl zaznamenán počet leh-sedů za 1 minutu. Jsou obě skupiny stejně výkonné?

1. skupina	62	54	55	60	53	58
<hr/>						
2. skupina	52	56	49	50	51	

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)s_X^2 + (m-1)s_Y^2}} \sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}}$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_A: \mu_1 \neq \mu_2$$

$$|T| < t_{n+m-2; 1-\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \text{hypotézu nelze zamítnout}$$

# STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

## Dvouvýběrový t - test

1. skupina	62	54	55	60	53	58
2. skupina	52	56	49	50	51	

$$n_1=6 \quad n_2=5 \quad AP_x=57 \quad AP_y=51,6 \quad s_x^2 = 12,8 \quad s_y^2 = 7,3$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)s_X^2 + (m-1)s_Y^2}} \sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}} = \\ &= \frac{57 - 51,6}{\sqrt{(6-1)12,8 + (5-1)7,3}} \sqrt{\frac{6 \cdot 5 \cdot (6+5-2)}{6+5}} = \\ &= \frac{5,4}{\sqrt{62,5 + 29,2}} \sqrt{24,55} = 2,79 \end{aligned}$$

# STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

## Dvouvýběrový t -test

$$t_{m+m-2;1-\frac{\alpha}{2}} = t_{6+5-2;1-\frac{0,05}{2}} = t_{9;0,975} = 2,262 \Rightarrow z \text{ tabulek}$$

$$|T| = 2,79 \geq 2,262$$

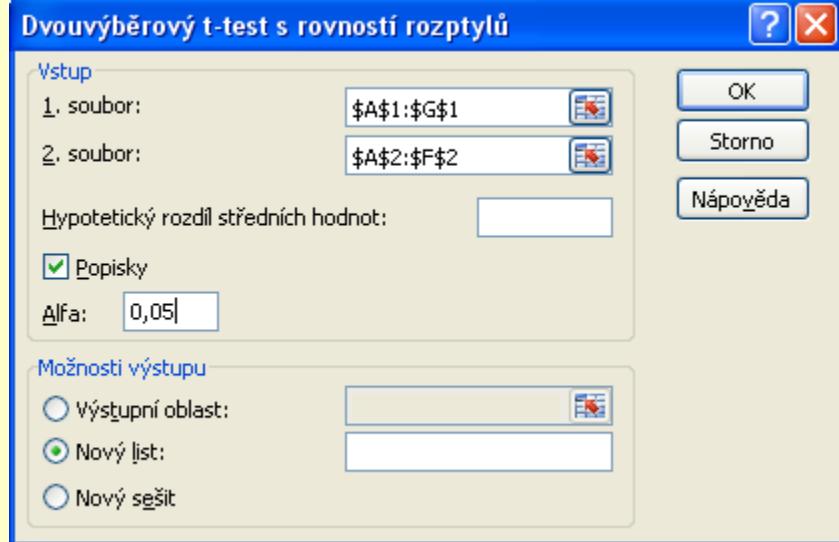
Protože  $2,79 \geq 2,262$  zamítáme hypotézu, že se obě skupiny studentů jsou stejně výkonné.

# STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

## Dvouvýběrový t - test

Pomocí Excelu – Analýza dat – Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylů

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1. skupina	62	54	55	60	53	58	
2	2. skupina	52	56	49	50	51		
3								



Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylů

	1. skupina	2. skupina
Stř. hodnota	57	51,6
Rozptyl	12,8	7,3
Pozorování	6	5
Společný rozptyl	10,35555556	
Hyp. rozdíl stř. hodnot	0	
Rozdíl	9	
t Stat	2,77122216	
P(T<=t) (1)	0,010855041	
t krit (1)	1,833112923	
P(T<=t) (2)	0,021710083	
t krit (2)	2,262157158	

# STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

## F - test

- dva nezávislé soubory
- zkouška rovnosti rozptylů

**PŘÍKLAD** – Na základě dat uvedených v předchozím příkladě rozhodněte, zda oba základní soubory mají stejné rozptyly.

1. skupina	62	54	55	60	53	58
<hr/>						
2. skupina	52	56	49	50	51	

$$Z = \frac{s_x^2}{s_y^2} \quad \text{volím tak, aby } Z > 1$$

$$H_0: \sigma_x^2 = \sigma_y^2$$

$$H_A: \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$$

$$Z < F_{n-1, m-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \implies \text{hypotézu nelze zamítnout}$$

# STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

## F - test

1. skupina	62	54	55	60	53	58
<hr/>						
2. skupina	52	56	49	50	51	

$$n=6 \quad m=5 \quad s_x^2 = 12,8 \quad s_y^2 = 7,3$$

$$Z = \frac{s_x^2}{s_y^2} = \frac{12,8}{7,3} = 1,753$$

$$F_{n-1, m-1; 1-\frac{\alpha}{2}} = F_{6-1, 5-1; 1-\frac{0,05}{2}} = F_{5,4; 0,975} = 9,36 \Rightarrow z \text{ tabulek}$$

$$Z = 1,753 < 9,36$$

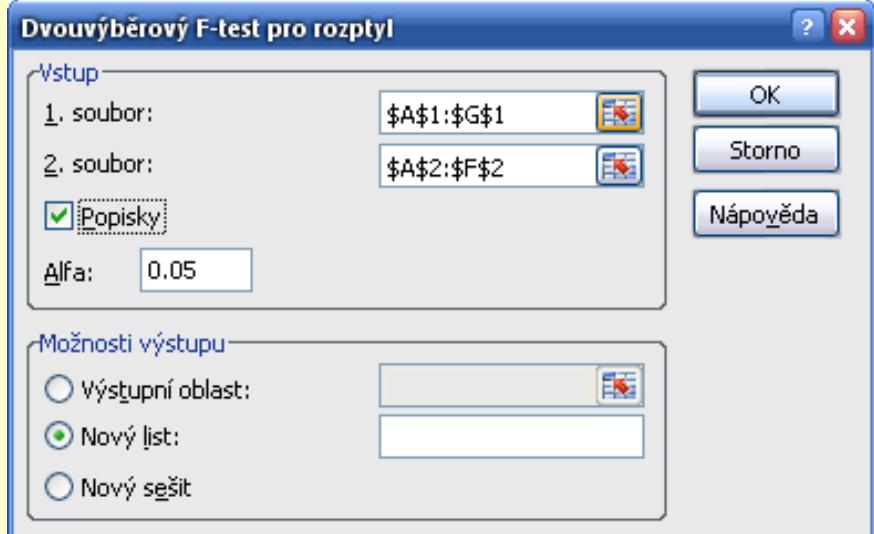
Protože  $1,753 < 9,36$  nelze zamítnout hypotézu o shodnosti rozptylů.

# STATISTICKÉ TESTOVACÍ METODY

## F - test

### Pomocí Excelu – Analýza dat – Dvouvýběrový F-test pro rozptyl

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1. skupina	62	54	55	60	53	58	
2	2. skupina	52	56	49	50	51		
3								



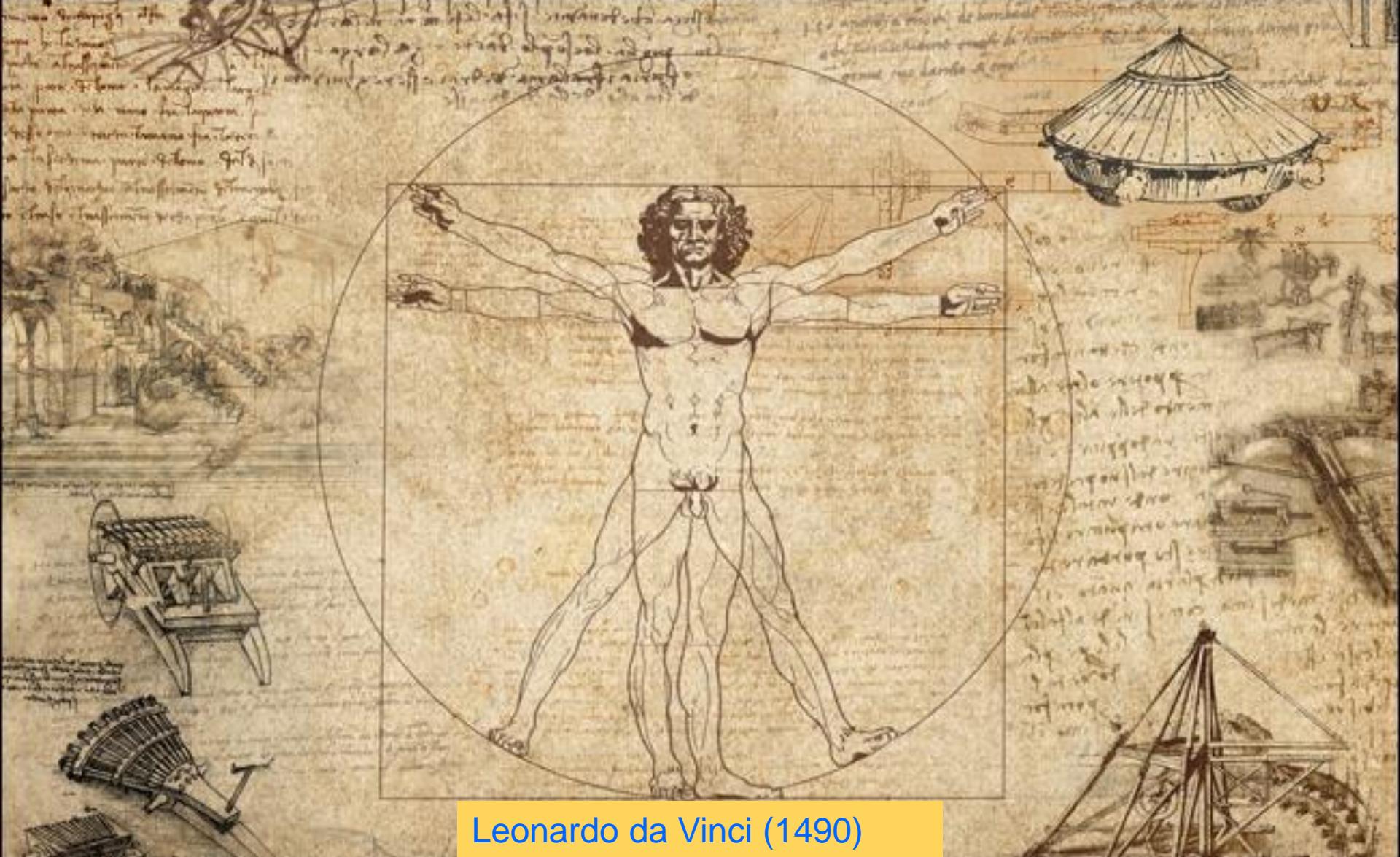
Dvouvýběrový F-test pro rozptyl			
	1. skupina	2. skupina	
Stř. hodnota	57	51.6	
Rozptyl	12.8	7.3	
Pozorování	6	5	
Rozdíl	5	4	
F	1.753424658		
P(F<=f) (1)	0.303172533		
F krit (1)	6.256056502		

**PŘÍKLADY VÝPOČTŮ V SOUBORU:**

**Data-výpočty**

**Statisticka analýza dat**

**A\_Statisticka analýza  
dat\_postup+priklady\_JS23.docx**



Leonardo da Vinci (1490)

Děkuji za pozornost

Výzkumný problém:

*Tělesná výška a sportovní výkonnost  
v tenisu*

**1. Formulujte hypotézy:**

$H_0$  (nulová) a  $H_1$  (alternativní)

**2. Identifikujte výzkumné proměnné (znak, stupnice):**

-Gender (pohlaví)

-Tělesná výška a hmotnost

-Pořadí na žebříčku ATP/WTA

## **Muži** (ATP Rankings)

<https://www.atptour.com/en/rankings/singles/live>)

$H_0$ : **TV významně neovlivňuje SV v M tenisu**

$H_1$ : **TV významně ovlivňuje SV v M tenisu**

## **Ženy** (WTA Rankings)

<https://www.wtatennis.com/rankings/singles>

$H_0$ : **významně neovlivňuje SV v Ž tenisu**

$H_1$ : **významně ovlivňuje SV v Ž tenisu**