Kapitola:	**6 MATICOVÁ ALGEBRA**

Ve 2. kapitole věnované maticím jste se v modulech 3.2 a 3.4 seznámili s početními operacemi s maticemi a odvodili jste jejich vlastnosti. Viděli jste, že tyto operace jsou analogické operacím s reálnými čísly. Některé z nich (sčítání a odčítání matic, násobení matice reálným číslem) mají vlastnosti shodné s obdobnými operacemi prováděnými s reálnými čísly, jiné (součin matic) mají vlastnosti odlišné. V této kapitole své poznatky rozšíříte o výpočet inverzní matice, která je analogická převrácené hodnotě reálného čísla. Pomocí zmíněných operací naučíte se řešit rovnice, kde neznámou bude právě matice. Omezíme se již jen na čtvercové matice.

Modul:	**6.1 Inverzní matice**

Cílem modulu je

- zavést pojem inverzní matice ke čtvercové matici,
- zvládnout výpočet inverzní matice pomocí eliminační metody i pomocí determinantů.

Učební jednotka:	**6.1.1 Definice inverzní matice**

Už jsme se zmínili o analogii mezi početními operacemi s reálnými čísly a početními operacemi s maticemi. Připomeňte si, že pro každé nenulové reálné číslo r a jeho převrácenou hodnotu $\frac{1}{r} = r^{-1}$ platí $rr^{-1} = r^{-1}r = 1.$ Pro matici a její inverzní matici platí obdobný vztah a používá se stejné označení. Definice inverzní matice je v UL na str. 95, ve větě 6.1 na str. 96 je uvedena nutná a postačující podmínka pro existenci inverzní matice.

Příklad 29.

K maticím

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 2 \\ 0 & 10 & -1 \\ 0 & 3 & -5 \end{bmatrix}$$

inverzní matice vůbec neexistují, neboť všechny jsou singulární, tj. platí

$$\det \mathbf{A} = \det \mathbf{B} = \det \mathbf{C} = 0$$

(viz učební jednotka 4.2.3).

Věta 6.2 na str. 99 a následující poznámka uvádějí další vlastnost inverzních matic. Po prostudování teorie si pro ilustraci projděte postup pro určení inverzní matice uvedený v příkladu 6.1 na str. 96-97. Proveďte zkoušku podle důsledku na str. 100, tj. vypočtěte součiny $\mathbf{AA}^{-1}$ a $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}$. V obou případech musíte získat jednotkovou matici E řádu 2.

Učební jednotka:	**6.1.2 Výpočet inverzní matice eliminací**

Metoda, pomocí které byla v příkladě 6.1 na str. 96 stanovena k dané matici matice inverzní, není pro matice vyšších řádů vhodná. Efektivnější metoda je popsána v ***LA*** na str. 97-98 a je použita k výpočtu inverzních matic v případech 6.2 a 6.3 na str. 98-99. Podle postupu zde uvedeného řešte následující úlohy.

<u>Úloha 48.</u>

Stanovte inverzní matici $\mathbf{A}^{-1}$ k matici $\mathbf{A}$, je-li

$$\text{a) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; \quad \text{b) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}; \quad \text{c) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; \quad \text{d) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\text{e) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}; \quad \text{f) } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ve všech případech proveďte zkoušku, tj. ověřte platnost vztahu $\mathbf{AA}^{-1} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{E}$, kde $\mathbf{E}$ je jednotková matice vhodného řádu.

Řešení:

a) $\mathbf{A}^{-1}=\begin{bmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\end{bmatrix}$; b) $\mathbf{A}^{-1}=\dfrac{1}{2a}\begin{bmatrix}2 & -3\\ 5 & 7\end{bmatrix}$; c) $\mathbf{A}^{-1}=\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$;

d) $\mathbf{A}^{-1}=\begin{bmatrix}1 & -4 & 3\\ 1 & -5 & -3\\ -1 & 6 & 4\end{bmatrix}$; e) $\mathbf{A}^{-1}=\dfrac{1}{a}\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & -2\\ 2 & -2 & 1\end{bmatrix}$; f) $\mathbf{A}^{-1}=\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ 1 & 0 & -1\end{bmatrix}$.

Učební jednotka:	**6.1.3 Výpočet inverzní matice pomocí determinantů**

Druhá z metod výpočtu inverzní matice, kterou se naučíte, je popsána větou 6.3 na str. 100. V následujícím příkladu 6.4 na str.101 je předvedeno její praktické použití.

Úloha 49.

Určete inverzní matice k maticím z úlohy 48 užitím věty 6.3 (UL, str. 100).

TEST 14

1. Zjistěte, zda k matici **A** existuje inverzní matice, je-li

$$\text{a) } \mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ -1 & 3 & 1\\ 2 & 5 & 4\end{bmatrix}; \quad \text{b) } \mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & -1 & 2 & -1\\ 1 & 3 & 5 & 1\\ 2 & -2 & 4 & -2\end{bmatrix}.$$

2. Pomocí eliminační metody stanovte k matici **A** matici inverzní, je-li

$$\text{a) } \mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}; \quad \text{b) } \mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ -4 & -5 & 6\\ -3 & -3 & 4\end{bmatrix}.$$

3. Pomocí determinantu stanovte k matici **A** matici inverzní, je-li

$$\text{a) } \mathbf{A}=\begin{bmatrix}\cos x & -\sin x\\ \sin x & \cos x\end{bmatrix}; \quad \text{b) } \mathbf{A}=\begin{bmatrix}2 & 7 & 3\\ 3 & 9 & 4\\ 1 & 5 & 3\end{bmatrix}; \quad \text{c) } \mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.$$

Správné odpovědi

1. a) $\det \mathbf{A} \neq 0$, existuje; b) $\det \mathbf{A} = 0$, neexistuje.

2. $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$; $= \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

3. a) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$; b) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} -7 & 6 & -1 \\ 5 & -3 & -1 \\ -6 & 3 & 3 \end{bmatrix}$; c) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Doporučené úlohy pro procvičování:

S1, př. 45, str. 26.

Modul:	**6.2 Maticové rovnice**

Cílem modulu je

- naučit se řešit maticové rovnice,
- ukázat na analogie a odlišnosti mezi maticovou algebrou a operacemi s reálnými čísly.

Učební jednotka:	**6.2.1 Maticové rovnice**

Prostudujte věty 6.4 a 6.5 v ***LA*** na straně 102-103 a příklady 6.5 a 6.6 na str. 103-104. Uvědomte si, že neznámou matici počítáme z maticové rovnice obdobně jako reálnou neznámou x z rovnice algebraické. Přitom roli reálného čísla 0 hraje nulová matice **0**, roli reálného čísla 1 hraje vhodná jednotková matice. Platí totiž

$$\mathbf{A} + \mathbf{0} = \mathbf{0} + \mathbf{A}; \quad \mathbf{EA} = \mathbf{AE} = \mathbf{A}.$$

Při řešení maticové rovnice je třeba dále uvážit, že násobení matic na rozdíl od násobení reálných čísel není komutativní a že dělení matic nahrazujeme násobením inverzní maticí.

Příklad 30.

Nechť $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{E}$ jsou matice takové, že všechny následující maticové operace jsou definovány. Uvažme maticovou rovnici

$$\mathbf{AX} - 3\mathbf{B} = \mathbf{E} + 2\mathbf{BX}$$

s neznámou maticí $\mathbf{X}$. Pro vypočtení matice $\mathbf{X}$ postupujeme stejně jako při řešení lineární rovnice s jednou neznámou. Nejprve výrazy obsahující neznámou matici $\mathbf{X}$ převedeme na levou stranu. Dostaneme

$$\mathbf{AX} - 2\mathbf{BX} = \mathbf{E} + 3\mathbf{B}.$$

Na levé straně vytkneme zprava matici $\mathbf{X}$, tj.

$$(\mathbf{A} - 2\mathbf{B})\mathbf{X} = \mathbf{E} + 3\mathbf{B}.$$

Za předpokladu, že matice $\mathbf{A} - 2\mathbf{B}$ je regulární, vynásobíme zleva poslední rovnici maticí $(\mathbf{A} - 2\mathbf{B})^{-1}$ a dostaneme

$$(\mathbf{A} - 2\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A} - 2\mathbf{B}) - \mathbf{X} = (\mathbf{A} - 2\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{E} + 3\mathbf{B}),$$

odkud je

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A} - 2\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{E} + 3\mathbf{B}).$$

Příklad 31.

Řešme maticovou rovnici z příkladu 2, je-li

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Platí

$$\mathbf{A} + 2\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}.$$

Protože $\det(\mathbf{A} + 2\mathbf{B}) = -6$, existuje matice $(\mathbf{A} + 2\mathbf{B})^{-1}$, a uvažovaná maticová rovnice má jediné řešení. Libovolnou z metod výpočtu inverzních matic dostaneme

$$(\mathbf{A} + 2\mathbf{B})^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & \frac{5}{6} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}.$$

Dále je

$$\mathbf{E} + 3\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

a hledaná matice $\mathbf{X}$ je tvaru

$$\mathbf{X}=\begin{bmatrix}-\frac{3}{2} & \frac{5}{6}\\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{6}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 6\\ 3 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -\frac{49}{6}\\ 0 & \frac{17}{6}\end{bmatrix}.$$

Úloha 50.

Řešte maticovou rovnici $\mathbf{AX} = \mathbf{B} - 3\mathbf{X} + \mathbf{A}$, je-li

a) $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 4 & 0\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 0 & 2\end{bmatrix}$; b) $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{bmatrix}$.

Řešení: a) rovnice nemá řešení; b) $\mathbf{X}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{7}{8} & \frac{3}{8}\end{bmatrix}$.

Učební jednotka:	**6.2.2 Řešení soustavy rovnic inverzní maticí**

Vraťte se ke kapitole 5 v ***LA*** a v poznámce 5.1 na str. 73 si znovu přečtěte, jak lze pomocí matic zapsat systém lineárních rovnic.

Příklad 32.

Mějme soustavu rovnic

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 &= 5,\\ 2x_1 - 2x_2 &= 6. \end{aligned}$$

Tuto soustavu můžeme přepsat na tvar

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b},$$

kde

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & -3\\ 2 & -2\end{bmatrix},\quad \mathbf{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix},\quad \mathbf{b}=\begin{pmatrix}5\\ 6\end{pmatrix}.$$

Příklad 33.

Jestliže je matice $\mathbf{A}$ soustavy $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ regulární, pak k ní existuje matice inverzní $\mathbf{A}^{-1}$ a soustava rovnic má jediné řešení, které lze zapsat pomocí inverzní matice ve tvaru

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}.$$

Řešme pomocí inverzní matice systém rovnic z příkladu 32. Platí

$$\det \mathbf{A} = 4, \quad \operatorname{adj} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}.$$

Potom

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Úloha 51.

Pomocí inverzní matice řešte systém rovnic

a)
$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 &= 1, \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 &= 2, \\ -3x_1 + 3x_2 - 4x_3 &= -1; \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1, \\ 2x_1 + 7x_2 + 4x_3 &= 11, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 &= 3; \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 0, \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 &= 2, \\ -3x_1 + 3x_2 - 4x_3 &= -1. \end{aligned}$$

Řešení: a) $\mathbf{x} = (-4,-3,1)^T$; b) $\mathbf{x} = (-\frac{14}{5}, \frac{9}{5}, 1)$;

c) Matice soustavy je singulární, soustavu nelze řešit pomocí inverzní matice.

TEST 15

Řešte následující úkoly:

1. Rozhodněte, které z uvedených matic jsou regulární a které singulární:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Určete $p \in \mathbf{R}$ tak, aby matice $\mathbf{A}$ byla regulární, je-li

a) $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & p\end{bmatrix}$; b) $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}5 & 4 & 1\\ 4 & 3 & 0\\ 1 & 1 & p\end{bmatrix}$; c) $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & p\\ 2 & 2 & 1 & 3\\ 1 & 1 & 2 & p\\ 1 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$.

3. K maticím

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 1\end{bmatrix},\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}1 & 2 & -13\\ 0 & 1 & -5\\ 8 & 1 & -4\end{bmatrix},\quad \mathbf{C}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1 & 1\\ -1 & -1 & 1 & 1\\ 2 & 1 & -1 & -1\end{bmatrix}$$

určete inverzní matice

   a) eliminační metodou,
   b) pomocí determinantů.

4. Řešte maticové rovnice

$$\text{a) } \mathbf{AX}=\mathbf{B}; \qquad \text{b) } \mathbf{XB}=\mathbf{B},$$

je-li

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & -1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\qquad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & -1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}.$$

5. Určete matici **X**, která vyhovuje rovnici **XA** = **C** – **BX**, je-li

$$\text{a) } \mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 2 & 3\end{bmatrix},\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 0 & 2\end{bmatrix},\quad \mathbf{C}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 0 & 1\end{bmatrix};$$

$$\text{b) } \mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 3 & 1\end{bmatrix},\quad \mathbf{C}=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}.$$

6. Pomocí inverzní matice řešte soustavu rovnic

a) $3x_1-2x_2+x_3=1$,
$2x_1-x_3=2$,
$x_1-3x_2+3x_3=0$;

b) $x_1+2x_2=1$,
$3x_1+6x_2=3$;

b) $x_1+2x_2-x_3=5$,
$x_1-x_2+5x_3=0$.

Správné odpovědi

1. **A** je singulární; **B,C** jsou regulární; **D** není ani singulární, ani regulární; **F** je regulární.
2. a) $p\neq 6$; b) $p\neq 1$; c) pro žádné p není regulární.

3. $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$; $\mathbf{B}^{-1} = \frac{1}{25}\begin{bmatrix} 1 & -5 & 3 \\ -8 & 100 & 5 \\ -8 & 15 & 1 \end{bmatrix}$; $\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

4. a) $\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$; b) $\mathbf{X} = \mathbf{B}\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

5. a) $\mathbf{X} = \frac{1}{15}\begin{bmatrix} 9 & 9 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$; b) $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & -1 \end{bmatrix}$.

6. a) $\mathbf{x} = (-3,-9,-8)^T$; b) nelze řešit pomocí inverzní matice (**A** je singulární); c) nelze řešit pomocí inverzní matice (**A** není čtvercová).

Doporučené úlohy pro procvičování:

S1, př. 45 - 49 na str. 26-30.

CVIČENÍ 5

1. Zjistěte, pro kterou hodnotu parametru $p \in \mathbf{R}$ existuje k matici **A** inverzní matice $\mathbf{A}^{-1}$ a pak ji určete, je-li

   a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & p \end{bmatrix}$; b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3p & 6 \\ 4p & 8 \end{bmatrix}$.

2. K dané matici

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

určete matici inverzní $\mathbf{A}^{-1}$ pomocí

   a) eliminační metody,
   b) determinantů.

3. Řešte maticovou rovnici $\mathbf{X} + \mathbf{A}^2 = 3\mathbf{A} - \mathbf{X}\mathbf{B}$ pro matice

a) $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & 0\end{bmatrix}$; b) $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-3 & 4\\ 2 & 5\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 0 & 5\end{bmatrix}$.

4. Pomocí inverzní matice řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned} x_1+x_2 \quad -x_3 &= -2\,,\\ x_1-x_2 \quad +x_3 &= \ \ 0\,,\\ 2x_1+x_2-3x_3 &= -7\,. \end{aligned}$$

DODATKY KE KAPITOLE 6

Klíčová slova

Matice, determinant matice, matice regulární a singulární, matice adjungovaná, matice inverzní, maticové rovnice, maticový zápis systému lineárních rovnic, řešení systému rovnic inverzní maticí.

Doporučená literatura pro hlubší studium

Ze seznamu literatury uvedeného v ***LA*** na straně 125 upozorňujeme na učebnice

[4], strany 251-288,

[12], strany 174-176, 190-191.

DOLANSKÝ, P. a kol. *Matematika pro distanční studium.* 1. vyd. Plzeň: ZUČ, 2000, 196 s., ISBN 80-7082-643-6, strany 64-66, 72.