

Vyšetřete průběh funkce – procvičení příkladů

Úlohy 6.4.

Vyšetřete průběh funkce f : a) $y = x^4 - 6x^2 + 5$, b) $y = \frac{1-x^3}{x^2}$, c) $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$,

d) $y = \ln(1-x^2)$, e) $y = x^2 e^{-x}$

Výsledky 6.4.

a) $D(f) = \mathbf{R}$, je sudá, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $P_x = [\pm 1, 0]$, $P_y = [0, 5]$, lok. min.

v bodech $x = \pm\sqrt{3}$, lok. max. v bodě $x = 0$, IB v bodech $x = \pm 1$, asymptoty nemá.

b) $D(f) = \mathbf{R} \setminus \{0\}$, není sudá ani lichá, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$,

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$, $P_x = [1, 0]$, P_y nemá, lok. min. v bodě $x = -\sqrt[3]{2}$, inflexní body

nemá, funkce je konvexní v $D(f)$, asymptoty: $x = 0$, $y = -x$,

c) $D(f) = \mathbf{R} \setminus \{1\}$, není sudá ani lichá, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$,

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$, P_x nemá, $P_y = [0, 2]$, lok. max. v bodě $x = 0$, lok. min. v bodě $x = 2$,

pro $x \in (-\infty, 1)$ je funkce konvexní, pro $x \in (1, \infty)$ je funkce konkávní, asymptoty $x = 1$,

$y = x - 1$,

d) $D(f) = (-1, 1)$, je sudá, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$, $P_x = P_y = [0, 0]$, lok. max. v bodě $x = 0$,

funkce je konkávní v $D(f)$, asymptoty $x = \pm 1$.

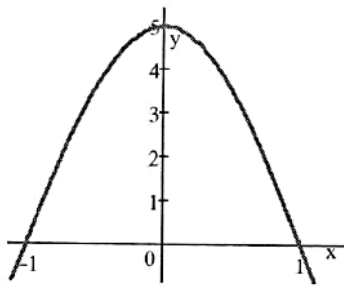
e) $D(f) = \mathbf{R}$, není sudá ani lichá, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $P_x = P_y = [0, 0]$, lok. min.

v bodě $x = 0$, lok. max. v bodě $x = 2$, pro $x \in (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$ je funkce konvexní,

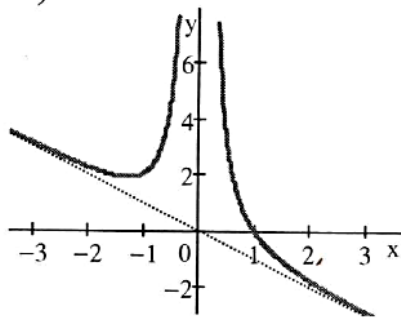
pro $x \in (2 - \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2})$ je funkce konkávní, asymptota $y = 0$ pro $x \rightarrow +\infty$.

Grafy :

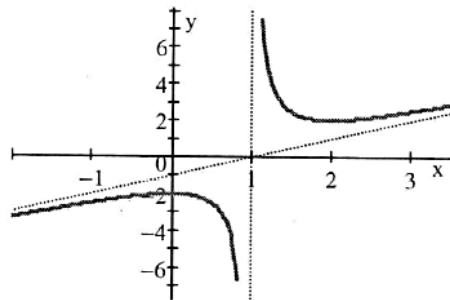
a)



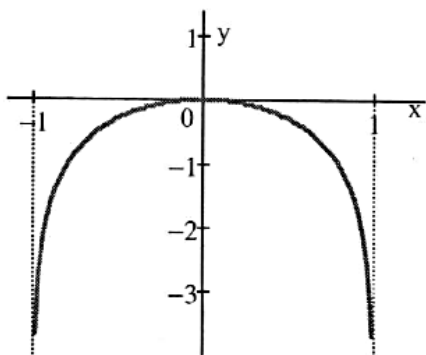
b)



c)



d)



e)

