PSY117/454 Statistická analýza dat v psychologii

Zobrazení dvojrozměrných dat

Bodový graf - Scatterplot

Korelační koeficient

Analýza vztahů mezi dvěma proměnnými

Souvisí nějak…?

- Výška a váha
- Známky u jednotlivých předmětů
- Známky a intelekt
- Úzkost a depresivita

- Roste úroveň proměnné x s proměnnou y?
  - Je intelekt dobrým prediktorem školního úspěchu? (=Jak dobře můžeme ze znalosti IQ odhadnout známky?)
  - Čím je x vyšší/nižší, tím má y **tendenci** být vyšší/nižší…
- Na pořadové a vyšší úrovni

Terminologická pozn. „Úroveň“ (level) proměnné je zde použita ve významu „hodnota“. Např. proměnná „pohlaví“ má 2 úrovně – mužské a ženské. …

… a zde je termín „úroveň“ použit ve významu „úroveň měření“

AJ: relationship between 2 variables; the higher/lower are the values of X, the higher/lower the values of y tend to be; level of a variable, level of measurement, predictor

Kontingenční tabulka

		známka z matematiky					celkem
		1	2	3	4	5	
známka z čj	1	82	40	8	1	0	131
	2	71	200	73	17	0	361
	3	4	75	109	25	0	213
	4	1	7	23	24	1	56
	5	0	0	2	1	2	5
celkem		158	322	215	68	3	766

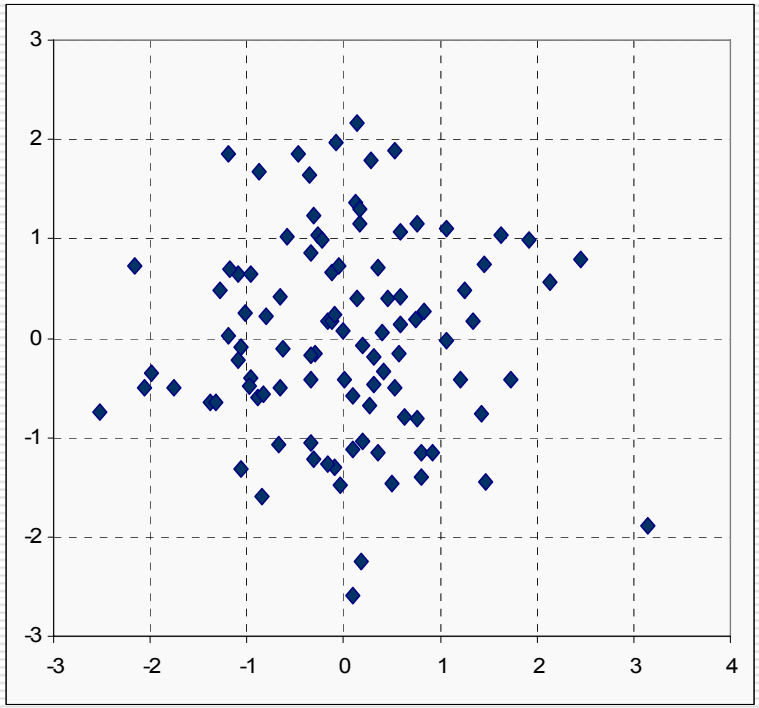
- Kontingenční tabulka…
  - Hodnoty je třeba přehledně uspořádat (stejně jako u tabulky četností)
  - Pro data všech úrovní měření, nejvhodnější pro diskrétní prom. s málo hodnotami
  - Buňky mohou obsahovat absolutní četnosti, rel. četnosti (řádkové, sloupcové, celkové)
  - Poslední sloupec/řádek obsahuje tzv. sloupcové/řádkové marginální (relativní) četnosti
  - Její grafickou podobou je trojrozměrný sloupcový diagram či histogram
  - Lineární vztah se projevuje vysokými četnostmi na jedné z diagonál (zde červená elipsa)

AJ: contingency table, crosstabulation, cells, row/column marginal frequencies, linear realtionship (vs. curvilinear (non-linear) realtionship), 3D barchart, 3D histogram

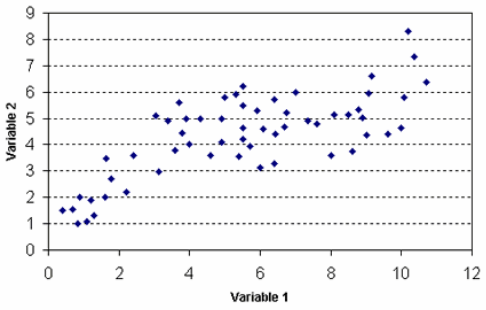
Fuj: Tab.7.2(s239) je správně kontingenční tabulka, korelační tabulka je něco jiného

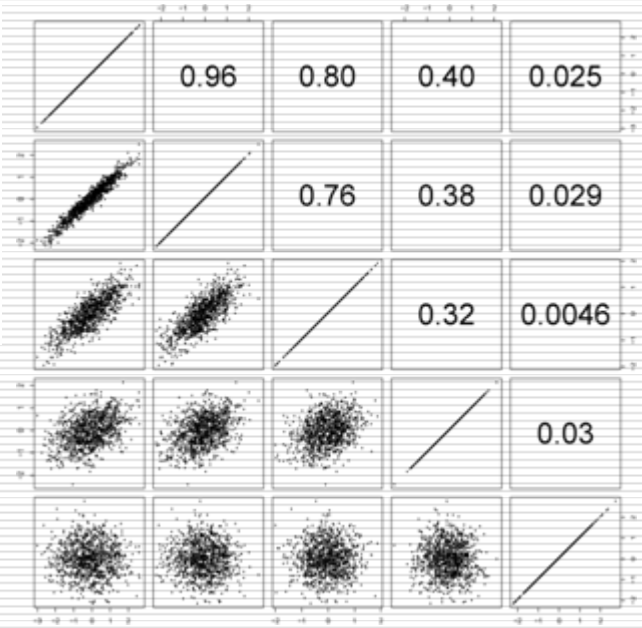
Bodový graf - scatterplot

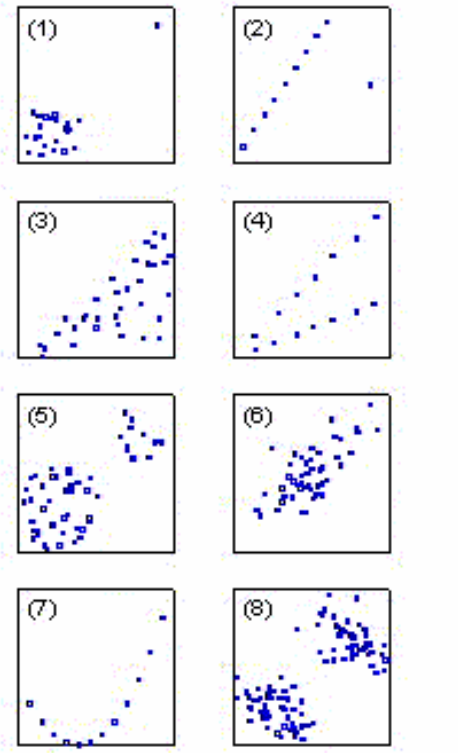
- Bodový graf – scatterplot
- Nahrazuje kontingenční tabulku, jsou-li obě proměnné spojité
- Každá osa reprezentuje jednu proměnnou, každý bod je jedna zkoumaná osoba (jednotka)
- Poskytuje tím lepší evidenci o vztahu dvou proměnných…
  - …čím více měření jsme provedli
  - …čím přesnější jednotlivá měření byla

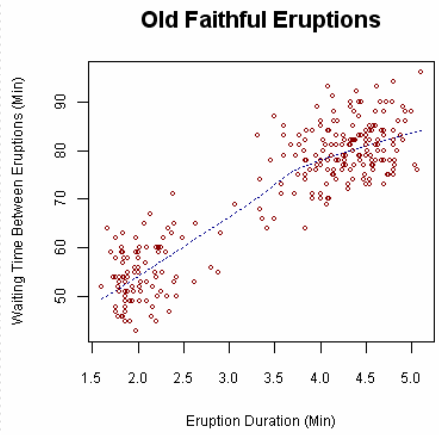


Různé podoby/druhy vztahu





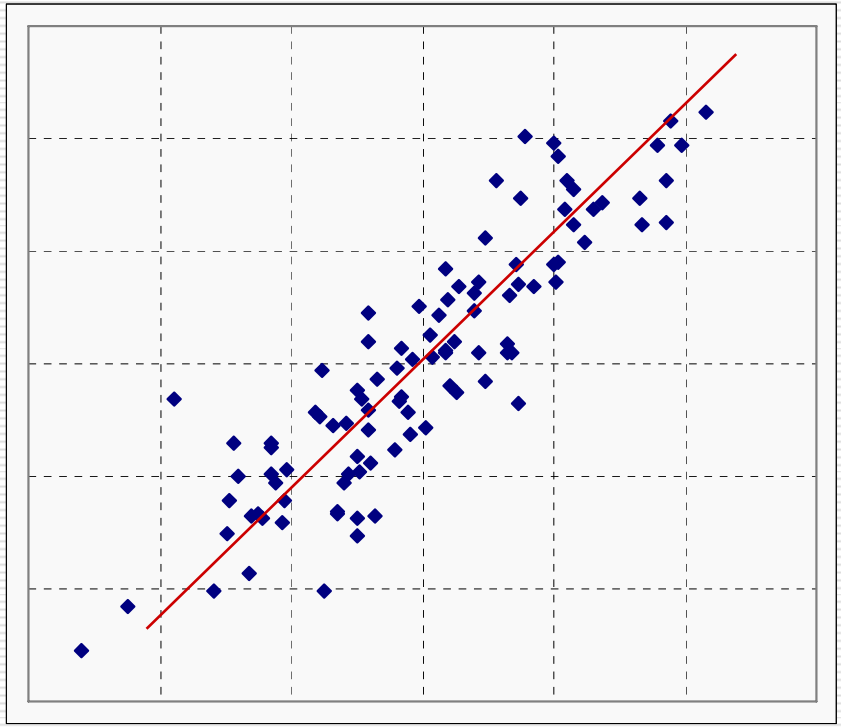




Pouze takto vypadající scattery zobrazují vztah mezi 2 proměnnými, který je lineární a dobře (=smysluplně, výstižně) popsatelný pomocí Pearsonova korelačního koeficientu. U ostatních jde buď o vztahy nelineární, nebo je problém v heterogenitě, outlierech…

Lineární souvislost, vztah

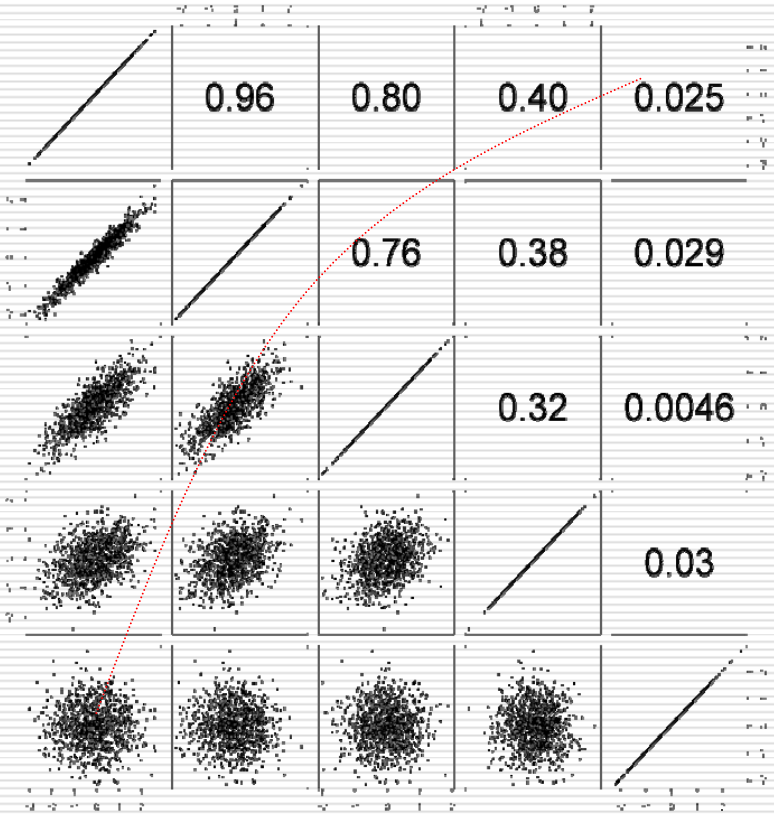
- Lineární vztah je to, co se obvykle míní slovem korelace.
- Je to monotónní vztah, který se dá popsat slovy čím více X, tím více/méně Y.
- Projevuje se tak, že scatterplot se dá proložit „ideální“ přímkou
  - $y = ax + b$



AJ: linear association, correlation, monotonous relationship

Těsnost vztahu

- Čím těsnější (=intenzivnější, silnější) vztah 2 proměnných je, tím jsou body více nahuštěny okolo nějaké přímky
- Těsnost nesouvisí se sklonem té přímky, ale pouze s tím, jak moc se scatterplot podobá přímce.
- Těsnost se udává bezrozměrným číslem od 0 do 1, kde 0=žádný vztah(těsnost) a 1= maximální vztah
  (data na diagonále v obrázku napravo)
- Znaménko udává, zda jde o vztah čím víc, tím víc (+) nebo o vztah čím víc, tím míň (-)
- Rozsah je tedy od -1 do 1
- Těsnost -> kovariance



AJ: strength of association/relationship/correlation, positive relationship, negative(inverse) relationship

Kovariance (=sdílený rozptyl)

- Míru těsnosti lineárního vztahu dvou proměnných lze vyjádřit číselně
- Kovariance vypovídá o míře „sdíleného rozptylu“

$$c_{xy} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

Vzpomeňte si na výpočet rozptylu. Ten byl $\Sigma x^2 / (n-1)$. Tohle je $\Sigma xy / (n-1)$. Místo x*x je tu x*y, proto je to ko-variance

Tato suma je tím vyšší čím máme v sadě dat více dvojic xy, u nichž je hodnota x i y nadprůměrná nebo podprůměrná. Sumu naopak snižují dvojice, kde je jedna hodnota nadprůměrná a druhá podprůměrná.

- kde x, y jsou deviační skóry, tj. odchylky od průměru
- Kovariance je stejně jako rozptyl nepraktická – výsledek je v jakýchsi „jednotkách na druhou“

AJ: covariance, shared variance

Korelace (=standardizovaný sdílený rozptyl)

- Chceme-li se zbavit obtížně interpretovatelných jednotek u kovariance, dosáhneme toho podobně jako při výrobě z-skórů – podělením deviačního skóru příslušnou směrodatnou odchylkou (=standardizace)

$$r_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_1 - m_x}{s_x}\right)\left(\frac{y_1 - m_y}{s_y}\right)$$

- Zakroužkovanou část vzorce už ale známe – to je transformace na z-skór. Korelace jednodušeji je tedy:

$$r_{xy} = \frac{\sum z_x z_y}{n-1}$$

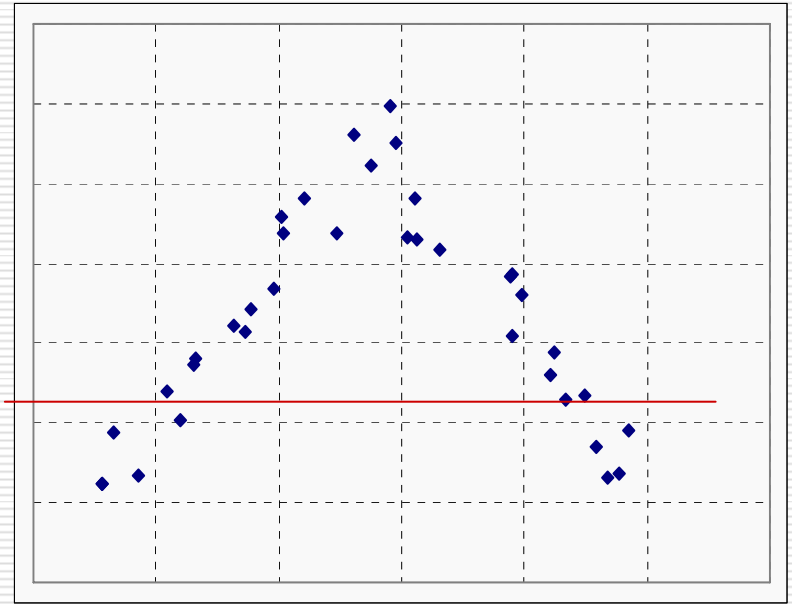
Vlastnosti popsaného koeficientu korelace I.

- Jde o tzv. Pearsonův součinový, momentový koeficient korelace
  - patří tedy do kategorie momentových ukazatelů (viz předchozí přednáška) a platí pro něj podobné věci:
    - nutná intervalová a vyšší úroveň měření
    - velký vliv odlehlých hodnot na výsledek
    - je vhodný pro popis normálně rozložených proměnných (čím méně jsou data dále od normálního rozložení, tím více podhodnocuje skutečnou těsnost vztahu)
- Vyjadřuje pouze sílu(těsnost) lineárního vztahu
- Nabývá hodnot v rozmezí -1 až 1
  - 0 = žádný vztah
  - 1(-1) = dokonalý kladný (záporný) vztah; identita proměnných
- Korelace nepopisuje funkční vztah dvou proměnných, ale pouze jeho směr a těsnost

AJ: Pearson's product-moment correlation

Vlastnosti Pearsonova koeficientu korelace II.

- Je vázán na homogenitu souboru
- Není aditivní
- $r^2 = R$ = koeficient determinace
  - = proporce sdíleného rozptylu
- $r = 0$ neznamená, že mezi proměnnými není žádný vztah, znamená, že mezi nimi není *lineární* vztah (viz obr.)



AJ: sample/population homogeneity, additivity, coefficient of determination

Korelační koeficienty pro pořadová data

- vhodné nejen pro pořadová data, ale i pro intervalová, která mají rozložení výrazně odlišné od normálního
- zachycují i nelineární monotónní vztahy (viz Hendl, s260)
- ukazatele toho, nakolik jsou pořadí podle korelovaných dvou proměnných stejná
- Spearmanův koeficient rhó – ρ, r_s
  - založený na velikosti rozdílů v pořadí
  - ekvivalentem Pearsonova koeficientu na pořadových datech
  - lze interpretovat r^2
- Kendallův koeficient tau – τ (s variantami „b“ nebo „c“)
  - založený na počtu hodnot mimo pořadí
  - vyjadřuje spíše pravděpodobnost, že se podle obou proměnný uspořádají do stejného pořadí

AJ: Spearman (rank correlation) rho, Kendall tau (-b,-c), rank

Korelační koeficienty další

- korelačních koeficientů existuje velké množství
- specifická užití – např. ϕ
- zjednodušení ručních výpočtů – např. r_{pb}
- ještě budeme mluvit o vztazích mezi nominálními proměnnými…

!! Korelace neznamená kauzalitu, jde spíše o koincidenci !!

AJ: phi, point-biserial correlation